

## CÁLCULO VECTORIAL

1. Dados los vectores  $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$  y  $\mathbf{b} = -5\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ , calcula:  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ ;  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ ; el vector unitario  $\mathbf{u}_a$  en igual dirección y sentido que  $\mathbf{a}$ ; el producto escalar  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ ; ángulo formado entre  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  y su producto vectorial ( $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ ) determinando el módulo de  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  de 2 formas distintas, comprobando que sale lo mismo.
2. Dados los vectores  $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ;  $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 7\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  y  $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} - 7\mathbf{j}$ . Determinar:  $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ ;  $\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}$  y  $\mathbf{a} + 2\mathbf{b} - 2\mathbf{c}$ .
3. Demuestra que los vectores  $\mathbf{a} (2, 2, -2)$  y  $\mathbf{b} (6, -2, 4)$  son perpendiculares entre sí.
4. Dada una fuerza  $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$  (N), aplicada en el punto A (3, -7, 0), calcular su momento respecto : a) al origen de coordenadas, b) al punto B (1, 1, -2) las distancias se miden en metros.
5. Dados los vectores  $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ ;  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$  y  $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$  concurrentes en el punto P (1, 1, 1), calcula el momento de cada uno de ellos respecto al punto O (3, 2, 1). Comprueba que se cumple el teorema de Varignon.
6. Sea  $\mathbf{v} = (2t + 2)\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$  y teniendo en cuenta que  $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ , calcula la aceleración.

## CINEMÁTICA

1. Una partícula se mueve en el espacio según las ecuaciones:  $x = 7t^2 - 2t + 1$ ;  $y = 10t - 2$ ;  $z = t - 1$ . Utilizando el S.I. de unidades, determinar :
  - a) La velocidad de la partícula en el instante  $t = 1$ s.
  - b) Su velocidad media en el intervalo  $t = 1$ s a  $t = 3$ s.
  - c) Aceleración media en el mismo intervalo.
  - d) La aceleración en el instante  $t = 2$ s. ¿ Se trata de un M:R:U:A:?
2. Las posiciones ocupadas por un móvil vienen dadas por:  $x = t^2 + 2t + 5$ ;  $y = t + 1$   $z = t^3 - 2t$  ( Unidades del S.I. ). Calcular para  $t = 2$ s, a) vector de posición del móvil ; b) vector velocidad y su módulo ; c) vector aceleración y su módulo.
3. El vector de posición de una partícula es  $\mathbf{r} = (4t^4 - 1)\mathbf{i} + (t^2 + 3)\mathbf{j}$  en metros. Deduce las expresiones de los vectores velocidad  $\mathbf{v}$  y aceleración  $\mathbf{a}$ . Calcula la velocidad y la aceleración en el instante  $t = 1$ s. Deduce la ecuación de la trayectoria.
4. Una partícula está animada con una velocidad  $\mathbf{v} = 2t\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$  ( m/s ). Calcula las aceleraciones tangencial y normal y el radio de curvatura en el instante  $t = 2$ s.
5. La posición de un móvil viene dada por :  $\mathbf{r} = 2t\mathbf{i} + t^2/2\mathbf{j}$ . Calcular : a) La ecuación de la trayectoria, b) la velocidad en los instantes  $t = 2$ s y  $t = 4$ s, c) la aceleración en los instantes anteriores, d) la aceleración tangencial para  $t = 4$ s y e) la aceleración normal en ese mismo instante.
6. Deduce las ecuaciones del movimiento para una partícula que se mueve en línea recta sabiendo que la aceleración es  $a = 2 \text{ m/s}^2$ , que en el instante  $t = 2$ s pasa por el origen de coordenadas y que en ese mismo instante su velocidad es de 3 m/s.
7. Una piedra de 2 Kg cae libremente. Calcular la distancia que recorre en los 3 primeros segundos de caída. ¿ Desde qué altura debe caer para llegar al suelo con una velocidad de 40 m/s.

## EJERCICIOS DE DINAMICA

1. Un objeto de 5 Kg de masa se encuentra en plano inclinado, sin rozamiento, que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. a) Realiza un dibujo donde indiques con claridad las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. b) Determina la aceleración con la que cae el cuerpo. c) ¿Qué fuerza paralela al plano habrá que aplicar al cuerpo para que ascienda con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ ?. d) ¿Y para que descienda con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ ?. e) ¿Y para que permanezca en reposo?. f) ¿Y para que descienda con velocidad constante?.

**Soluciones:** b)  $4,9 \text{ m/s}^2$ ; c)  $34,5 \text{ N}$ ; d)  $14,5 \text{ N}$ ; e y f)  $24,5 \text{ N}$ .

2. Un objeto de 10 Kg de masa se encuentra en plano inclinado, sin rozamiento, que forma un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal. a) Realiza un dibujo donde indiques con claridad las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. b) Determina la aceleración con la que cae el cuerpo. c) ¿Qué fuerza paralela al plano habrá que aplicar al cuerpo para que ascienda con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ?. d) ¿Y para que descienda con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ?. e) ¿Y para que permanezca en reposo?. f) ¿Y para que descienda con velocidad constante?.

**Soluciones:** b)  $8,49 \text{ m/s}^2$ ; c)  $114,9 \text{ N}$ ; d)  $54,9 \text{ N}$ ; e)  $84,9 \text{ N}$

3. Un objeto de 5 Kg de masa se encuentra en plano inclinado que forma un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal, si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el suelo es de 0,2, se pide:  
a) Un dibujo donde indiques con claridad las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cuando éste comienza su movimiento natural. b) Determina la aceleración con la que cae el cuerpo.  
c) ¿Qué fuerza paralela al plano habrá que aplicar al cuerpo para que descienda con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ ?. d) ¿Y para que ascienda con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ ?. e) ¿Y para que permanezca en reposo?. f) ¿Y para que descienda con velocidad constante?.

Nota: Para estos 3 ejercicios, aunque no se resuelvan las cuestiones con la ecuación vectorial, en todos los casos habrá que decir la dirección y el sentido de la fuerza aplicada.

**Soluciones:** b)  $4,8 \text{ m/s}^2$ ; c)  $14 \text{ N}$ ; d)  $49 \text{ N}$ ; e)  $24 \text{ N}$ . En los 3 ejercicios y en todos los casos de las fuerzas pedidas, la dirección es paralela al plano y el sentido hacia arriba.

4. Un cuerpo de 5 Kg descansa sobre un plano horizontal y se encuentra unido, por medio de una cuerda que pasa por la garganta de una polea, a otro cuerpo de 3 Kg que cuelga. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo de 5 Kg y el plano vale 0,2; se pide:  
a) Sentido en que se mueve el sistema.  
b) Dibujo de las fuerzas que actúan sobre el sistema.  
c) Aceleración del sistema.  
d) Tensión de la cuerda.  
e) Distancia que recorrerán los cuerpos en 4 s, si el sistema partió del reposo.

**Soluciones:** a) hacia el cuerpo que cuelga; c)  $a = 2,45 \text{ m/s}^2$ ; d)  $T = 22,05 \text{ N}$ ; e)  $19,6 \text{ m}$ .

5. Responder a las mismas cuestiones anteriores, en el caso de que el cuerpo de 5 Kg descansa sobre el mismo plano anterior pero inclinado con respecto a la horizontal un ángulo de :

5a)  $\alpha = 20^\circ$  ; 5b)  $\alpha = 30^\circ$  ; 5c)  $\alpha = 60^\circ$

**Soluciones:** 5a)  $0,425 \text{ m/s}^2$  ;  $28,125 \text{ N}$  ;  $3,4 \text{ m}$ . ;; 5b) No hay movimiento, en este caso

$P_B = 29,4 \text{ N}$  ;  $P_{X_A} = 24,5$  y  $F_{roz} = 4,9 \text{ N}$  no llega a su valor máximo de  $8,5 \text{ N}$ .

5c)  $1,01 \text{ m/s}^2$  ;  $32,44 \text{ N}$  ;  $8,08 \text{ m}$ .

6. Un coche de 900 Kg circula con una velocidad de  $72 \text{ Km/h}$ . En ese instante el conductor aplica los frenos y se para en 12 s. Calcula la fuerza de frenada supuesta constante. Suponer que el movimiento ha sido en todo momento rectilíneo, en la dirección y sentido positivo del eje X.

Sol:  $\mathbf{F} = -1500 \mathbf{i} \text{ (N)}$

7. Dos cuerpos iguales de 3 Kg de masa, cuelgan de los extremos de un hilo que pasa por la garganta de una polea. Si el sistema se deja en libertad cuando los dos cuerpos están a la misma altura. ¿Qué masa hay que colgar encima de uno de ellos para que la distancia que los separe sea de 2 m al cabo de 2 s?.

**Sol :**  $m = 0,32 \text{ Kg}$

8. Una granada, inicialmente en reposo, explota en tres fragmentos iguales. El primero sale hacia el oeste a 80 m/s, el segundo hacia el sur a 60 m/s. ¿Cuál será la velocidad y dirección del tercero?. Hacer después el mismo ejercicio, pero en el caso de ser el primer fragmento la mitad de la granada y los otros dos de igual masa.

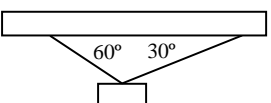
Sol :  $\mathbf{v_3 = 80\ i + 60\ j\ (m/s)} ; \mathbf{v_3 = 160\ i + 60\ j\ (m/s)}$

9. Un dinamómetro tiene una longitud de 5 cm y una constante de 4 N/cm. El límite de elasticidad se sobrepasa cuando la longitud del muelle es de 15 cm. Si utilizamos el dinamómetro para medir masas, calcula la mayor masa que podemos medir con ese aparato.

Sol :  $\mathbf{m_{max} = 4,08\ Kg.}$

10. Una lámpara de 2 Kg de masa cuelga del techo mediante un cable. Calcula la fuerza que hay que aplicar horizontalmente para que la cuerda forme un ángulo de 60° con la horizontal.

Sol :  $\mathbf{F_h = 11,3\ N.}$

11.  Un cuerpo de 20 Kg cuelga sujeto de dos cuerdas como indica la figura. Determinar la tensión en cada una de las cuerdas.

Sol :  $\mathbf{T_1 = 170\ N} ; \mathbf{T_2 = 98\ N.}$

12. Calcula la aceleración con la que se desliza un cuerpo de 20 Kg colocado en un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, si el coeficiente de rozamiento entre las superficies es  $\mu = 0,1$ .

Sol :  $\mathbf{a = 4,05\ m/s^2}$

13. Sobre una superficie horizontal se lanza un cuerpo de 2 Kg con una velocidad inicial de 5 m/s. El cuerpo se para debido al rozamiento después de recorrer 20 m. Calcular :

a) La aceleración. b) El coeficiente de rozamiento. c) El tiempo que ha estado en movimiento. d) La fuerza horizontal que se debe aplicar al cuerpo para que a los 20 m, en lugar de pararse, tenga una velocidad de 8 m/s. Tomar  $g = 10\ m/s^2$ .

Sol : a)  $a = -0,625\ m/s^2$  ; b)  $\mu = 0,0625$  ; c)  $t = 8\ s$  ; d)  $F_h = 3,2\ N$ .

14. Determinar la fuerza mínima **horizontal** que debemos aplicar a un cuerpo de 2 Kg para que suba con una velocidad constante por un plano inclinado del 20% de pendiente si el coeficiente de rozamiento es de 0,25. Sol :  $\mathbf{F_h = 9,4\ N.}$

15. Un bloque de 7 Kg de masa se arrastra sobre una mesa horizontal por la acción de una masa de 2 kg que cuelga verticalmente de una cuerda unida al bloque de hierro y que pasa por una polea de masa y rozamiento despreciables. El coeficiente de rozamiento entre el hierro y la mesa es 0,15. Hallar la aceleración del bloque, la tensión de la cuerda y la velocidad de los bloques cuando el sistema haya recorrido 2 m.

Sol :  $a = 1,03\ m/s^2$  ;  $T = 17,5\ N$  ;  $v = 2,03\ m/s^2$ .

16. Un cuerpo de 500 g gira sobre una superficie horizontal sin rozamiento, sujeto por una cuerda de 80 cm de longitud a un clavo. Calcular la fuerza que soporta la cuerda cuando el cuerpo gira a 60 r.p.m.

Sol :  $\mathbf{T = 15,8\ N.}$

17. Un cuerpo está suspendido de un dinamómetro sujeto al techo de un ascensor. Si el ascensor tiene una aceleración hacia arriba de  $1,2\ m/s^2$  y el dinamómetro marca 22,5 Kp. Determinar: a) El verdadero peso del cuerpo. b) La circunstancia bajo la cuál marcará 17,5 Kp. c) ¿Qué indicará si se rompe el cable del ascensor?.

Sol : a)  $\mathbf{m = 20\ Kg}$  ; b)  $\mathbf{a = -1,225\ m/s^2 \approx -1,23\ m/s^2}$  ; c)  $\mathbf{0\ Kp.}$

18. Un cuerpo de 50 g colgado de un hilo de 1,2 m de longitud describe una circunferencia de 0,5 m de radio con velocidad constante ( péndulo cónico ). Determinar: a) Tensión del hilo. b) Velocidad de giro. c) Periodo del péndulo cónico.

Sol : a)  $\mathbf{T = 0,54\ N}$  ;  $\mathbf{v = 1,5\ m/s}$  ;  $\mathbf{Periodo\ (T) = 2,1\ s.}$

19. Un cuerpo de 2,1 Kg cuelga del techo de un autobús, mientras éste arranca, el hilo tenso forma un ángulo de 30° con la vertical. Determinar la aceleración con que arranca el autobús y la tensión del hilo.

**Sol :  $a = 5,7 \text{ m/s}^2$  ;  $T = 23,8 \text{ N}$ .**

### **SISTEMAS DE REFERENCIA**

Un sistema de referencia es **inercial** cuando está en reposo o su movimiento es rectilíneo uniforme. Sólo en estos casos podemos aplicar las leyes de Newton para resolver los problemas dinámicos y las aceleraciones son producidas por fuerzas que son producto de las interacciones de los cuerpos.

Siendo rigurosos, tales sistemas de referencia no existen, cualquier sistema ligado a la Tierra está sometido a los movimientos de rotación de ésta. A efectos prácticos, los sistemas de referencia ligados a la Tierra los consideraremos sistemas de referencia **inerciales**.

Cuando el avión, el tren o el autobús aceleran, tanto en línea recta aumentando el valor de la velocidad, o al tomar una curva aunque sea con el valor de la velocidad constante, nos desviamos de nuestro paseo, leemos con dificultad o se nos cae el refresco encima. Nos preguntan, ¿quién nos ha derramado el refresco?, no encontramos a ningún responsable. Se da la circunstancia de que existe un efecto (aceleración) sin que exista una causa (fuerza).

A un observador situado en un sistema animado con aceleración se le denomina “**no inercial**”. En estos sistemas no son válidas las leyes de Newton a no ser que “**se corrijan**” de alguna forma. Para aplicar las leyes de Newton se deben introducir las llamadas fuerzas de inercia que dependen de la aceleración del sistema de referencia. Son de sentido contrario a esta aceleración.

$$\mathbf{F}_i = -m \cdot \mathbf{a}_i \quad ; \quad \text{siendo } \mathbf{a}_i \text{ la aceleración del sistema.}$$

“Las fuerzas de inercia no son producto de ninguna interacción, se deben al movimiento relativo de los sistemas, es un artificio de cálculo que introduce el observador **no inercial** para poder utilizar las leyes de Newton en su sistema de referencia”. Sin embargo, al observador **no inercial** le parecen que son fuerzas reales, las observaciones analizadas desde ese punto de vista se reducen a un problema de estática (el observador está en reposo en su sistema de referencia), se aplica en estos casos el principio de D’Alambert.

$$\Sigma \mathbf{F}_{\text{reales}} + \Sigma \mathbf{F}_{\text{inercia}} = 0$$

**Nota:** Los ejercicios anteriores nº 16,17,18 y 19 deben saberse hacer desde el punto de vista de un observador inercial y de otro no inercial.

## **EJERCICIOS DE TRABAJO Y ENERGÍA**

1. Al tirar horizontalmente, con una fuerza de 10 N, de un cuerpo apoyado en un plano horizontal, éste se desplaza 10 m. Calcula el trabajo realizado por la fuerza resultante, sabiendo que la masa del cuerpo es 2 Kg y que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el suelo es 0,1. **Sol: 80,4 J.**

2. Cuando sujetamos una maleta de 20 Kg, sin movernos, ¿qué trabajo realizamos?. ¿Y si nos movemos con la maleta en la mano, desplazándonos 20 m sobre un plano horizontal? **Sol: 0 J ; 0 J.**

3. Calcula la fuerza necesaria y el trabajo realizado al levantar un saco de 50 Kg desde el suelo hasta una altura de 2 m. Si lo hacemos utilizando un plano de 30° de inclinación sin rozamiento, calcula la fuerza que hay que realizar, la distancia recorrida por esa fuerza y el trabajo realizado, y compara los resultados con los anteriores. **Sol: 490 N y 980 J ; F = 245 N , Δl = 4 m y W = 980 J.**

4. Un objeto de masa m, describe un movimiento circular uniforme, de radio R. Calcula el trabajo que realiza la fuerza centrípeta mientras el cuerpo describe una vuelta.

**Sol: 0 J.**

5. Lanzamos verticalmente hacia arriba un objeto de 3 Kg, con una velocidad de 15 m/s. Calcula la energía disipada por el rozamiento con el aire, si cuando el objeto vuelve al suelo, lo hace con velocidad de 12,5 m/s. ¿Cuál será la máxima altura alcanzada y cuánto valdrá la fuerza de rozamiento, en el supuesto de que ésta no varíe con la velocidad? **Sol: 103 J ; 9,7 m y 5,3 N.**

6. Calcula el trabajo consumido y la potencia suministrada para mantener un cuerpo de 10 kg a una altura de 2 m durante 10 segundos. ¿Qué trabajo se realiza para elevarlo desde el suelo al punto anterior con velocidad constante, en 5 segundos? En ese caso, ¿cuál es la potencia? **Sol: W = 0 J ; 196 J y 39,2 w.**

7. Un péndulo de 1 m de longitud se separa de su posición de equilibrio hasta que forma un ángulo de 20° con la vertical y se deja libre. Calcula la velocidad del péndulo cuando pase de nuevo por la posición de equilibrio. Desprecia el rozamiento con el aire. **Sol: 1,1 m**

8. Se lanza un objeto de 8 kg hacia arriba, con una velocidad inicial de 7 m/s. Calcula la altura que alcanzará el objeto si durante el movimiento se disipa una energía de 80 J por efecto del rozamiento con el aire. ¿Con qué velocidad regresará al punto de partida? **Sol: 1,48 m ; 3 m/s**

9. Un niño de 30 kg se desliza con rozamiento por un tobogán que tiene 4 m de altura y una inclinación de 30° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el niño y la superficie del tobogán es  $\mu = 0,2$ . ¿Cuál será la velocidad del niño al llegar al suelo si se dejó caer desde el punto más alto del tobogán? **Sol: 7,2 m/s**

10. Un bloque de 15 kg cae desde una altura de 15 m y llega al suelo en 2 s. ¿Qué fuerza de rozamiento hace el aire, suponiendo que sea constante? ¿Cuánta energía se ha perdido? Calcula la velocidad que llevaba el bloque inmediatamente antes de tocar el suelo.  
**Sol: 34,5 N ; 517,5 J ; 15 m/s.**

11. Calcula la velocidad con que llega al suelo un cuerpo de 0,5 kg que se desliza por un plano inclinado 37° cuando se deja caer desde una altura de 50 cm. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,15. **Sol: 2,8 m/s**

12. Una bala de 10 g choca a 40 m/s con un bloque de 390 g sujeto a un hilo de 1 metro de longitud y se incrusta en él:

a) ¿A qué altura sube el conjunto por efecto del impacto? **Sol: 0,05 m.**

b) ¿Cuánto vale el ángulo desplazado? **Sol: 18,4°.**

c) ¿Cuál será el valor de la interacción entre la bala y el bloque si mientras la bala avanza hasta parar recorre en el interior del bloque una distancia de 2 cm? **Sol: 390 N.**

13. Un cuerpo de 5 Kg descansa sobre un plano horizontal con el que tiene un coeficiente de rozamiento de 0,2 y se encuentra unido por medio de un hilo inextensible y de masa despreciable a una polea sin rozamiento de la que cuelga otro cuerpo de 6 kg. Determinar la velocidad del conjunto cuando el cuerpo de 6 Kg haya descendido 2 m. **Sol: 4,2 m/s.**

14. Sobre un muelle vertical se apoya, con velocidad nula, un cuerpo de 10 kg. El muelle experimenta una compresión de 5 cm. Calcula la deformación del muelle si el cuerpo se deja caer sobre él desde una altura de 100 cm. **Sol: 0,37 m.**

15. La masa de la cabina de un ascensor es 350 kg y puede elevar una masa adicional de 350 kg:

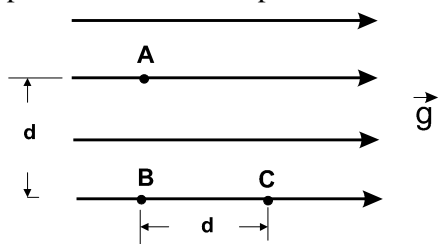
a) Calcula el trabajo máximo que debe realizar el motor del ascensor para subir

al piso más alto, situado a 30 metros de altura. **Sol: 205800 J  $\approx$  206000 J.** b) Calcula la potencia del motor, sabiendo que el ascensor tarda 45 segundos en subir hasta ese piso. **Sol: 4573 w  $\approx$  4570 J**

16. Se lanza verticalmente hacia arriba un sistema formado por dos masas de 4 y 3 kg, unidas por un resorte de constante elástica  $1\,000\text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . En determinado instante, las velocidades de ambas masas respecto a la Tierra son 5 y  $6\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , respectivamente, y el muelle está comprimido 10 cm, siendo las alturas de ambas masas respecto a la Tierra 10 y 10,1 m, respectivamente. Calcula la energía total del sistema. **Sol: 798 J**

## **EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD SOBRE CAMPO GRAVITATORIO Y ENERGÍA**

1. En una región en la que existe un campo gravitatorio uniforme de intensidad  $\vec{g}$ , representado en la figura por sus líneas de campo.



a) Razone el valor del trabajo que se realiza al trasladar la unidad de masa desde el punto A al B y desde B al C.

b) Analice las analogías y diferencias entre el campo descrito y el campo gravitatorio terrestre.

**Sol:  $W_{A \rightarrow B} = 0$  ;  $W_{B \rightarrow C} = \vec{g} \cdot \vec{d}$  (J) si lo hace el campo, si pidieran el  $W_{\text{ext}} = -\vec{g} \cdot \vec{d}$  (J).**

2. Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B. a) Haga un análisis energético del movimiento del cometa y compare los valores de las energías cinética y potencial en A y en B. b) ¿En cuál de los puntos A o B es mayor el módulo de la velocidad? ¿Y el de la aceleración?

**Sol: a)  $E_{pB} < E_{pA}$  por lo que  $E_{cB} > E_{cA}$  ; b)  $v_A < v_B$  y  $a_A < a_B$**

3. Una partícula se mueve en un campo gravitatorio uniforme. a) ¿Aumenta o disminuye su energía potencial gravitatoria al moverse en la dirección y sentido de la fuerza ejercida por el campo? ¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicha fuerza? Razone las respuestas. b) Escriba una expresión del trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre la partícula para un desplazamiento  $\vec{d}$  en ambos casos. ¿En qué se invierte dicho trabajo?

**Sol: a) Disminuye  $\rightarrow W_{\text{cons}} = -\Delta E_p$ . Se mantiene igual por ser  $W_{\text{cons}} = 0$ .**

**b)  $W_{\text{cons}} = \vec{F}_{\text{cons}} \cdot \vec{d} \cdot \cos 0 = \vec{F}_{\text{cons}} \cdot \vec{d}$  ;  $W_{\text{cons}} = \vec{F}_{\text{cons}} \cdot \vec{d} \cdot \cos 90 = 0$ .**

4. Suponga que la Tierra redujese su radio a la mitad manteniendo su masa. a) ¿Aumentaría la intensidad del campo gravitatorio en su nueva superficie? b) ¿Se modificaría sustancialmente su órbita alrededor del Sol? Justifique las respuestas.

**Sol: a) Sí, se multiplicaría por 4. b) No, ya que el radio de la órbita y la velocidad en ella no dependen de las características del planeta que gira.**

5. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) Si la energía mecánica de una partícula permanece constante, ¿puede asegurarse que todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son conservativas? b) Si la energía potencial de una partícula disminuye, ¿tiene que aumentar su energía cinética?

**Sol: a) Sí ; b) Si hay fuerzas no conservativas, no tiene porqué aumentar la  $E_C$ .**

6. a) ¿Se cumple siempre que el aumento o disminución de la energía cinética de una partícula es igual a la disminución o aumento, respectivamente, de su energía potencial? Justifique la respuesta. b) Un satélite está en órbita circular alrededor de la Tierra. Razone si la energía potencial, la energía cinética y la energía total del satélite son mayor, menor o igual que las de otro satélite que sigue una órbita, también circular, pero de menor radio.

**Sol: a) No, únicamente si sólo actúan fuerzas conservativas.**

**b) La de menor radio tiene menor  $E_P$  y mayor  $E_C$  pero menor  $E_{mec}$ .**

7. a) La energía potencial de un cuerpo de masa  $m$  en el campo gravitatorio producido por otro cuerpo de masa  $m'$  depende de la distancia entre ambos. ¿Aumenta o disminuye dicha energía potencial al alejar los dos cuerpos? ¿Por qué? b) ¿Qué mide la variación de energía potencial del cuerpo de masa  $m$  al desplazarse desde una posición A hasta otra B? Razone la respuesta.

**Sol: a) Aumenta la  $E_P$  al aumentar la distancia. ; b)  $\Delta E_{P,A \rightarrow B} = W_{F_{ext}, A \rightarrow B}$ , ya que  $W_{cons} = -\Delta E_P$ .**

8. Un satélite describe una órbita circular alrededor de la Tierra. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas: a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza de atracción hacia la Tierra a lo largo de media órbita?, b) Si la órbita fuera elíptica, ¿cuál sería el trabajo de esa fuerza a lo largo de una órbita.

**Sol: a)  $W_{F_{cons}} = 0$  ; b) Si la órbita fuera elíptica  $W_{vuelta completa} = 0$ , pero para media vuelta**

**$W_{fuerza conservativa} \neq 0$**

9. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?

b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?

**Sol: a) No, la  $E_P$  sólo se puede asociar a  $F_{cons}$ .**

**b) Tiene más sentido  $\Delta E_P$ , ya que la  $E_P$  depende del sistema de referencia elegido mientras que el  $\Delta E_P$  no.**

10. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M. a) Si una masa,  $m$ , está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué? b) Si una masa,  $m$ , está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.

**Sol: En el dibujo las líneas serían entrantes en la masa M. a) La energía potencial disminuye al ir de A a B. b)  $\Delta E_P = 0$  ya que  $E_{PA} = E_{PB}$  al depender sólo de la distancia a M.**

11. Se eleva un cuerpo de 200 kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 km.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcule el trabajo mínimo necesario.

b) Si, por error, hubiéramos supuesto que el campo gravitatorio es uniforme y de valor igual al que tiene en la superficie de la Tierra, razone si el valor del trabajo sería mayor, igual o menor que el calculado en el apartado a). Justifique si es correcta dicha suposición.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$   $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ .  $R_T = 6400 \text{ km}$ .

**Sol: a) Explicar...  $W_{F_{ext}, min} = 5,49 \times 10^9 \text{ J}$  .**

**b) Habría salido mayor,  $9,77 \times 10^9 \text{ J}$ , ya que “g” disminuye con la altura y cada vez sería menor la fuerza y por tanto el trabajo para trasladar al cuerpo.**

12. Dos partículas de masas  $m_1 = 2 \text{ kg}$  y  $m_2 = 5 \text{ kg}$  están situadas en los puntos  $P_1(0,2) \text{ m}$  y  $P_2(1,0) \text{ m}$ , respectivamente.

a) Dibuje el campo gravitatorio producido por cada una de las masas en el punto O (0,0) m y en el punto P(1,2) m y calcule el campo gravitatorio total en el punto P.

b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una partícula de 0,1 kg desde el punto O al punto P.

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

**Sol: a) Dibujo,..... “g” =  $-1,33 \times 10^{-10}$  “i” -  $8,34 \times 10^{-11}$  “j” (N) ; b)  $W_{O \rightarrow P} = 10^{-11} \text{ J}$ .**

13. Un bloque de 0,2 kg, inicialmente en reposo, se deja deslizar por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Tras recorrer 2 m, queda unido al extremo libre de un resorte, de constante elástica  $200 \text{ N m}^{-1}$ , paralelo al plano y fijo por el otro extremo. El coeficiente de rozamiento del bloque con el plano es 0,2.

a) Dibuje en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando comienza el descenso e indique el valor de cada una de ellas. ¿Con qué aceleración desciende el bloque?

b) Explique los cambios de energía del bloque desde que inicia el descenso hasta que comprime el resorte y calcule la máxima compresión de éste.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2} \quad \text{Sol: a) Dibujo,..... } a = 3,27 \text{ m/s}^2. \quad \text{b) Explicar,.... } X_{\text{max}} = 0,11 \text{ m.}$$

14. Un bloque de 1 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal y choca contra el extremo de un muelle horizontal, de constante elástica  $200 \text{ N m}^{-1}$ . comprimiéndolo. a) ¿Cuál ha de ser la velocidad del bloque para comprimir el muelle 40 cm? b) Explique cualitativamente cómo variarían las energías cinética y potencial elástica del sistema bloque - muelle, en presencia de rozamiento.  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

**Sol: a)  $v_{\text{bloque}} = 5,66 \text{ m/s}$ .**

**b) -----**

15. Suponga que un cuerpo se deja caer desde la misma altura sobre la superficie de la Tierra y de la Luna.

a) Explique por qué los tiempos de caída serían distintos y calcule su relación.

b) Calcule la altura que alcanzará un cuerpo que es lanzado verticalmente en la superficie lunar con una velocidad de  $40 \text{ m s}^{-1}$ .

$$M_T = 81 M_L ; R_T = (11/3) R_L ; g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

**Sol: a) El tiempo de caída dependerá de la aceleración de caída (gravedad en cada astro) y al ser distinta en cada caso los tiempos de caída serán diferentes.  $t_L/t_T = 27/11$ .**

**b)  $h = 482 \text{ m}$ .**

16. Dos masas, de 5 y 10 kg, están situadas en los puntos (0, 3) y (4, 0) m, respectivamente.

a) Calcule el campo gravitatorio en el punto (4, 3) m y represéntelo gráficamente

b) Determine el trabajo necesario para trasladar una masa de 2 kg desde el punto (4, 3) hasta el punto (0, 0) m. Explique si el valor del trabajo obtenido depende del camino seguido.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad \text{Sol: a) Dibujo,..... “g” =  $-2,08 \times 10^{-11}$  “i” -  $7,41 \times 10^{-11}$  “j” (N)}$$

**c)  $W_{\text{ext}} = +5,62 \times 10^{-11} \text{ J}$  y no depende del camino, campo conservativo.**

17. Un satélite describe una órbita circular de radio  $2R_T$  en torno a la Tierra.

a) Determine su velocidad orbital.

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita? Explique las fuerzas que actúan sobre el satélite.

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} ; M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6400 \text{ km.}$$

**Sol: a)  $v = 5592 \text{ m/s}$  ; b)  $p_{\text{órbita}} = 1250 \text{ N}$ .**

18. La masa de la Luna es 0,01 veces la de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae desde una altura de 50 m sobre la superficie lunar.

a) Determine la masa del cuerpo y su peso en la Luna.

b) Realice el balance de energía en el movimiento de caída y calcule la velocidad con que el cuerpo llega a la superficie.

$$\text{Dato: } g = 10 \text{ m s}^{-2} \quad \text{Sol: a) } m = 80 \text{ Kg} ; p_{\text{luna}} = 128 \text{ N.} ; \quad \text{b) } v = 12,7 \text{ m/s.}$$



**19.** Un meteorito de 1000 kg colisiona con otro, a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra, y pierde toda su energía cinética.

- a) ¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica tras la colisión?
- b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre? Razone las respuestas

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}; M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}; R_T = 6400 \text{ km}.$$

**Sol:** a)  $P = 199,4 \text{ N}$ ;  $E_{\text{mec}} = -8,9 \times 10^9 \text{ J}$       b)  $v = 10334 \text{ m/s}$ .

**20.** Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto  $x_1$  hasta otro punto  $x_2$ , realizando un trabajo de 50 J.

- a) Determine la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en  $x_1$ , ¿cuánto valdrá en  $x_2$ ?
- b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en  $x_1$ , ¿cuál será la velocidad en  $x_2$ ?, ¿cuál será la variación de energía mecánica?

**Sol:** a)  $\Delta E_P = -50 \text{ J}$ ;  $E_{Px2} = -50 \text{ J}$ .  
b)  $v_{x2} = 0,71 \text{ m/s}$ ;  $\Delta E_{\text{mec}} = 0$ .

**21.** Un satélite artificial de 500 kg gira alrededor de la Luna en una órbita circular situada a 120 km sobre la superficie lunar y tarda 2 horas en dar una vuelta completa.

- a) Con los datos del problema, ¿se podría calcular la masa de la Luna? Explique como lo haría.
- b) Determine la diferencia de energía potencial del satélite en órbita respecto de la que tendría en la superficie lunar.

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; R_L = 1740 \text{ km}$$

**Sol:** a)  $M_L = 7,35 \times 10^{22} \text{ Kg}$ ; b)  $\Delta E_P = 9,09 \times 10^7 \text{ J}$ .

**22.** Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba, por una rampa rugosa ( $\mu = 0,2$ ) que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, con una velocidad de  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Tras su ascenso por la rampa, el bloque desciende y llega al punto de partida con una velocidad de  $4,2 \text{ m s}^{-1}$ .

- a) Dibuje un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por la rampa y, en otro esquema, las que actúan cuando desciende e indique el valor de cada fuerza. ¿se verifica el principio de conservación de la energía mecánica en el proceso descrito? Razone la respuesta.
- b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso del bloque y comente el signo del resultado obtenido.

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

**Sol:** a) Dibujos... No se verifica el p. de conservación por actuar fuerzas no conservativas.  
b)  $W_{\text{Froz ascenso}} = -9,2 \text{ J}$ , negativo por ser siempre la  $F_{\text{roz}}$  contraria al desplazamiento.

**23.** Un satélite de 200 kg describe una órbita circular, de radio  $R = 4 \cdot 10^6 \text{ m}$ , en torno a Marte.

- a) Calcule la velocidad orbital y el período de revolución del satélite.
- b) Explique cómo cambiarían las energías cinética y potencial del satélite si el radio de la órbita fuera  $2R$ .

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; M_{\text{Marte}} = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

**Sol:** a)  $v = 3267 \text{ m/s}$ ;  $T = 7693 \text{ s} = 2,137 \text{ h}$ .      b) Si el radio de la órbita se duplica la  $E_{\text{cin}}$  se haría la mitad y la  $E_p$  también tendría la mitad de valor pero al ser (-) sería mayor.

**24.** Los transbordadores espaciales orbitan en torno a la Tierra a una altura aproximada de 300 km, siendo de todos conocidas las imágenes de astronautas flotando en su interior.

- a) Determine la intensidad del campo gravitatorio a 300 km de altura sobre la superficie terrestre y comente la situación de ingravidez de los astronautas.
- b) Calcule el período orbital del transbordador.

$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}; G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

**Sol:** a)  $g = 8,9 \text{ N/kg}$ , bastante alta, casi  $9 \text{ N/Kg}$ , el astronauta gira a la vez que el transbordador y la fuerza gravitatoria es la que lo hace girar, esa es la forma de “caer”.  
b)  $T = 5447 \text{ s} = 1,51 \text{ h}$ .

**25. a)** La Luna se encuentra a una distancia media de 384.000 km de la Tierra y su periodo de traslación alrededor de nuestro planeta es de 27 días y 6 horas.

a) Determine razonadamente la masa de la Tierra.

b) Si el radio orbital de la Luna fuera 200.000 km, ¿cuál sería su período orbital?

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

**Sol: a)  $M_T = 6,1 \times 10^{24} \text{ Kg}$ .**

**b)  $T = 8,81 \times 10^5 \text{ s} = 10 \text{ días} + 4,7 \text{ h}$ .**

**26.** Un bloque de 2 kg está situado en el extremo de un muelle, de constante elástica  $500 \text{ N m}^{-1}$ , comprimido 20 cm. Al liberar el muelle el bloque se desplaza por un plano horizontal y, tras recorrer una distancia de 1 m, asciende por un plano inclinado  $30^\circ$  con la horizontal. Calcule la distancia recorrida por el bloque sobre el plano inclinado.

a) Supuesto nulo el rozamiento

b) Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos es  $\mu = 0,1$ .

$$g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

**Sol: a)  $d = 1 \text{ m}$  ; b)  $d = 0,68 \text{ m}$ .**

## **MÁS EJERCICIOS DE SELECTITIVIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO Y ENERGÍA**

**1. a)** Describa las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.

**b)** Razona en qué punto, situado entre dos masas puntuales  $m_1$  y  $m_2$  ( $m_1 = m_2$ ), sería nula la fuerza sobre una tercera masa puntual  $m_3$  y cuál será la energía potencial de esta última masa en esa posición.

**2. a)** Explique las características del campo gravitatorio terrestre.

**b)** Dos satélites idénticos están en órbita circular alrededor de la Tierra, siendo  $r_1$  y  $r_2$  los respectivos radios de sus órbitas ( $r_1 > r_2$ ). ¿Cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad? ¿Cuál de los dos satélites tiene mayor energía mecánica? Razona las respuestas.

**3. a)** Explica el significado de “fuerza conservativa” y “energía potencial” y la relación entre ambos.

**b)** Si sobre una partícula actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula?. ¿Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa?

**4. a)** Explique la relación entre fuerza conservativa y variación de energía potencial.

**b)** Un esquiador se desliza desde la cima de una montaña hasta un cierto punto de su base siguiendo dos caminos distintos, uno de pendiente más suave y el otro de pendiente más abrupta. Razona en cuál de los dos casos llegará con más velocidad al punto de destino. ¿Y si se tuviera en cuenta la fuerza de rozamiento?

**5. a)** Explique las características del campo gravitatorio de una masa puntual.

**b)** Dos partículas de masas  $m$  y  $2m$  están separadas una cierta distancia. Explica qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas.

**6. a)** Explique las características del campo gravitatorio terrestre.

**b)** La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$ , situado a una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra, se puede calcular con la fórmula  $E_p = mgh$ . Explica el significado y los límites de validez de dicha expresión, ¿Se puede calcular la energía potencial gravitatoria de un satélite utilizando la fórmula anterior? Razona la respuesta.

7. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

- a) ¿Puede asociarse una energía potencial a una fuerza de rozamiento?
- b) ¿Qué tiene más sentido físico, la energía potencial en un punto o la variación de energía potencial entre dos puntos?

8. a) Explica qué es la velocidad orbital y deduce su expresión para un satélite que describa una órbita circular en torno a la Tierra.

b) Dos satélites A y B de distintas masas ( $m_A > m_B$ ) describen órbitas circulares de idéntico radio alrededor de la Tierra. Razona la relación que guardan sus respectivas velocidades y sus energías potenciales.

9. Un bloque de 5 Kg se encuentra inicialmente en reposo en la parte superior de un 'plano inclinado de 10 m de longitud, que presenta un coeficiente de rozamiento  $\mu = 0,2$ .

a) Dibuja en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque durante el descenso por el plano y calcula el ángulo mínimo de inclinación del plano para que el bloque pueda deslizarse.

b) Analiza las transformaciones energéticas durante el descenso del bloque y calcula la velocidad al llegar al suelo suponiendo que el ángulo de inclinación del plano es de  $30^\circ$ .

$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . **Sol: a)  $\alpha = 11,3^\circ$  ; b)  $v_F = 9,73 \text{ m/s}$**

10. Se lanza un cohete de 600 Kg desde el nivel del mar hasta una altura de 1200Km sobre la superficie de la Tierra. Calcula:

a) ¿Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del cohete?

b) ¿Qué energía adicional habría que suministrar al cohete para que escapara a la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa altura?

**Datos:**  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$  ;  
 $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$  ;  $R_T = 6370 \text{ Km}$ . **Sol: a)  $5,98 \cdot 10^9 \text{ J}$  ; b)  $3,17 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .**

11. Un bloque de 5 Kg se desliza con velocidad constante por una superficie horizontal rugosa al aplicarle una fuerza de 20 N en una dirección que forma un ángulo de  $60^\circ$  sobre la horizontal.

a) Dibuja en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque, indica el valor de cada una de ellas y calcula el coeficiente de rozamiento del bloque con la superficie.

b) Determina el trabajo total de las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando se desplaza 2 m y comenta el resultado obtenido. **Sol :  $W_{\text{res}} = 0$ , ya que es = 0 el valor de la  $F_{\text{res}}$ .**

$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  **Sol: a)  $P = 49 \text{ N}$  ;  $N = 31,7 \text{ N}$  ;  $F_{\text{apl}} = 20 \text{ N}$  ;  $F_{\text{roz}} = 10 \text{ N}$  ;  $\mu = 0,32$**

12. Un cuerpo de 5 Kg, inicialmente en reposo, se desliza por un plano inclinado de superficie rugosa que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, desde una altura de 0,4 m. Al llegar a la base del plano inclinado, el cuerpo continúa deslizándose por una superficie horizontal rugosa del mismo material que el plano inclinado. El coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y las superficies es de 0,3.

a) Dibuja en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su descenso por el plano y durante su movimiento a lo largo de la superficie horizontal. ¿A qué distancia de la base del plano se detiene el cuerpo?

b) Calcule el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante su descenso por el plano inclinado.

$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . **Sol: a)  $0,64 \text{ m}$  ; b)  $9,6 \text{ J}$**

13. La masa de Marte es  $6,4 \cdot 10^{23} \text{ Kg}$  y su radio es 3400 Km.

a) Haciendo un balance energético, calcule la velocidad de escape desde la superficie de Marte.

b) Fobos, satélite de Marte, gira alrededor del planeta a una altura de 6000 Km sobre su superficie. Calcule razonadamente la velocidad y el periodo orbital del satélite.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

**Sol: a)  $v_e = 5020 \text{ m/s}$  ; b)  $v_{\text{orb}} = 2131 \text{ m/s}$  y  $T = 27715 \text{ s} = 7 \text{ h } 42 \text{ min}$**

**14.** Dos masas puntuales de 5 y 10 Kg, respectivamente, están situadas en los puntos (0,0) y (1,0), respectivamente,

**a)** Determina el punto entre las dos masas donde el campo gravitatorio es cero.

**b)** Calcula el potencial gravitatorio en los puntos A (-2,0) m y B (3,0) m y el trabajo realizado al trasladar desde B hasta A una masa de 1,5 Kg. Comenta el significado del signo del trabajo.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$  **Sol: a) P (0,41 ; 0) ;**

**b)  $V_A = -3,89 \cdot 10^{-10} \text{ J}$  ;  $V_B = -4,45 \cdot 10^{-10} \text{ J}$  ;  $W_{\text{ext}} = -5,6 \cdot 10^{-11} \text{ J}$ , significa que lo realiza el campo.**

**15.** Un bloque de 2 Kg asciende por un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. La velocidad inicial del bloque es de  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  y se detiene después de recorrer 8 m a lo largo del plano.

**a)** Calcula el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie del plano.

**b)** Razona los cambios de la energía cinética, potencial y mecánica del bloque.

$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . **a)  $\mu = 0,16$ .**

**16.** Supón que la masa del Tierra se duplicara.

**a)** Calcula razonadamente el nuevo periodo orbital de la Luna suponiendo que su radio orbital permaneciera constante. **Sol:  $1,67 \cdot 10^6 \text{ s} = 19 \text{ día } 7 \text{ h } 53 \text{ min}$**

**b)** Si, además de duplicarse la masa terrestre, se duplicara su radio, ¿cuál sería el valor de g en la superficie terrestre?. **Sol:  $g = 4,9 \text{ m/s}^2$**

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$  ;  $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$  ;  $R_T = 6370 \text{ Km}$  ;  $R_{\text{orbital Luna}} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$ .

## MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE CUESTIONES

1. Una partícula describe un movimiento armónico simple de amplitud  $A$  y frecuencia  $f$ . a) Represente gráficamente la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo y explique las analogías y diferencias entre ambas representaciones. b) Explique cómo varían la amplitud y la frecuencia del movimiento y la energía mecánica de la partícula al duplicar el periodo de oscilación.

**Sol:** a)----- ; b) Como  $T$  es una característica del oscilador, la  $A$  no tiene porqué variar, la frecuencia se haría la mitad y la energía 4 veces menor.

2. Un bloque de masa  $m$  cuelga del extremo inferior de un resorte de masa despreciable, vertical y fijo por su extremo superior. a) Indique las fuerzas que actúan sobre la partícula explicando si son o no conservativas. b) Se tira del bloque hacia abajo y se suelta, de modo que oscila verticalmente. Analice las variaciones de energía cinética y potencial del bloque y del resorte en una oscilación completa.

3. Un movimiento armónico simple viene descrito por la expresión:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

a) Indique el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en ella.

b) Escriba la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y explique si ambas magnitudes pueden anularse simultáneamente.

4. a) Explique las variaciones energéticas que se dan en un oscilador armónico durante una oscilación. ¿Se conserva la energía del oscilador? Razone la respuesta. b) Si se duplica la energía mecánica de un oscilador armónico, ¿cómo varía la amplitud y la frecuencia de las oscilaciones? Razone la respuesta.

**Sol:** Si duplicamos la energía la amplitud se hace  $2^{1/2}$  veces mayor, la frecuencia y el periodo no tienen porqué variar ya que sólo dependen de la “ $m$ ” y de la “ $k$ ”.

5. a) Un cuerpo de masa  $m$ , unido a un resorte horizontal de masa despreciable, oscila con movimiento armónico simple. Si su energía mecánica es  $E$ , analice las variaciones de energía cinética y potencial durante una oscilación completa. b) Si el cuerpo se sustituye por otro de masa  $m/2$ , ¿qué le ocurre al periodo de oscilación? Razone la respuesta.

**Sol:** Si la masa se hace la mitad, el  $T$  se multiplica por raíz cuadrada de 2 entre 2.

6. Indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas: a) Si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple. b) En un movimiento armónico simple la amplitud y la frecuencia aumentan si aumenta la energía.

**Sol:** a) Si, siempre ocurrirá y la constante de proporcionalidad será  $\omega^2$ .

b) Sólo aumenta la amplitud, la frecuencia no se vería afectada ya que es una característica del movimiento.

7- a) Represente gráficamente las energías cinética, potencial y mecánica de una partícula que vibra con movimiento armónico simple. b) ¿Se duplicaría la energía mecánica de la partícula si se duplicase la frecuencia del movimiento armónico simple? Razone la respuesta.

**Sol:** Si duplicamos la “ $f$ ” la energía se hace 4 veces mayor,  $E = 2\pi^2 \cdot m \cdot f^2 \cdot A^2$ , siempre que se mantenga la amplitud.

8. a) Demuestre que en un oscilador armónico simple la aceleración es proporcional al desplazamiento pero de sentido contrario.

b) Una partícula realiza un movimiento armónico simple sobre el eje  $OX$  y en el instante inicial pasa por la posición de equilibrio. Escriba la ecuación del movimiento y razone cuándo es máxima la aceleración.

9. Un movimiento armónico simple viene descrito por la ecuación  $x(t) = A \sin(\omega t + \delta)$ .

- a) Escriba la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y explique cómo varían a lo largo de una oscilación.
- b) Deduzca las expresiones de las energías cinética y potencial en función de la posición y explique sus cambios a lo largo de la oscilación.

10. a) Describa el movimiento armónico simple y comente sus características cinemáticas y dinámicas.

- b) Una masa oscila verticalmente suspendida de un muelle. Describa los tipos de energía que intervienen y sus respectivas transformaciones.

11. a) Escriba la ecuación de un movimiento armónico simple y explique el significado físico de cada una de las variables que aparecen en ella.

- b) ¿Cómo cambiarían las variables de dicha ecuación si se duplicaran el periodo de movimiento y la energía mecánica de la partícula.

## Movimiento armónico simple Problemas

1. Al suspender un cuerpo de 0,5 kg del extremo libre de un muelle que cuelga verticalmente, se observa un alargamiento de 5 cm. Si a continuación, se tira hacia abajo del cuerpo, hasta alargar el muelle 2 cm más, y se suelta, comienza a oscilar.
  - a) Haga un análisis energético del problema y escriba la ecuación del movimiento de la masa.
  - b) Si, en lugar de estirar el muelle 2 cm, se estira 3 cm, ¿cómo se modificaría la ecuación del movimiento del cuerpo?
2. Un muelle de constante elástica  $250 \text{ Nm}^{-1}$ , horizontal y con un extremo fijo, está comprimido 10 cm. Un cuerpo de 0,5 kg situado en su extremo libre, sale despedido al librarse el muelle.
  - a) Explique las variaciones de energía del muelle y del cuerpo, mientras se estira el muelle.
  - b) Calcule la velocidad del cuerpo en el instante de abandonar el muelle.
3. Sobre una superficie horizontal se dispone un cuerpo de 0,5 kg, unido a uno de los extremos de un muelle que está fijo por el otro. Cuando se tira del cuerpo hasta alargar el muelle 10 cm y se suelta, comienza a oscilar con un período de 2 s.
  - a) Haga un análisis energético del problema y calcule los valores de las energías cinética y potencial en los puntos extremos de la oscilación y en el punto de equilibrio.
  - b) Represente la posición del cuerpo en función del tiempo. ¿Cómo cambiaría dicha representación si la masa del cuerpo fuera de 2 kg?
4. Una partícula de 0,5 kg, que describe un movimiento armónico simple de frecuencia  $5/\pi \text{ Hz}$ , tiene inicialmente una energía cinética de 0,2 J y una energía potencial de 0,8 J.
  - a) Calcule la posición y la velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima.
  - b) Haga un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?
5. Un cuerpo de 10 kg se lanza con una velocidad de  $30 \text{ m s}^{-1}$  por una superficie horizontal lisa hacia el extremo libre de un resorte horizontal, de constante elástica  $200 \text{ N/m}$ , fijo por el otro extremo.
  - a) Analice las variaciones de energía que tienen lugar a partir de un instante anterior al impacto con el resorte y calcule la máxima compresión del resorte.
  - b) Discuta en términos energéticos las modificaciones relativas al apartado a) si la superficie horizontal tuviera rozamiento.
6. Una partícula de 2 g oscila con movimiento armónico simple de 4 cm de amplitud y 8 Hz de frecuencia y en el instante  $t = 0$  se encuentra en la posición de equilibrio.
  - a) Escriba la ecuación del movimiento y explique las variaciones de energías cinética y potencial de la partícula durante un periodo.
  - b) Calcule las energías cinética y potencial de la partícula cuando la elongación es de 1 cm.
7. Un cuerpo de 0,5 kg se encuentra inicialmente en reposo a un altura de 1 m por encima del extremo libre de un resorte vertical, cuyo extremo inferior está fijo. Se deja caer el cuerpo sobre el resorte y, después de comprimirlo, vuelve a subir. El resorte tiene una masa despreciable y una constante elástica  $k = 200 \text{ N m}^{-1}$ .
  - a) Haga un análisis energético del problema y justifique si el cuerpo llegará de nuevo al punto de partida.
  - b) Calcule la máxima compresión que experimenta el resorte  
 $g = 10 \text{ m s}^{-2}$
- 8- Una partícula describe un movimiento armónico simple, entre dos puntos A y B que distan 20 cm, con un periodo de 2 s.
  - a) Escriba la ecuación de dicho movimiento armónico simple, sabiendo que para  $t = 0$  la partícula se encuentra en el punto medio del segmento AB.
  - b) Explique cómo varían las energías cinética y potencial durante una oscilación completa.

- 9.** Un bloque de 5 kg desliza sobre una superficie horizontal. Cuando su velocidad es de  $5 \text{ m s}^{-1}$  choca contra un resorte de masa despreciable y de constante elástica  $k = 2500 \text{ N/m}$ . El coeficiente de rozamiento bloque superficie es 0,2.
- Haga un análisis energético del problema.
  - Calcule la longitud que se comprime el resorte y la distancia que recorrerá el bloque cuando se mueve despedido por el resorte, medida desde la posición de equilibrio de éste.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$
- 10.** Un resorte vertical se alarga 2 cm cuando se cuelga de su extremo inferior un cuerpo de 10 kg. Se desplaza dicho cuerpo hacia abajo y se suelta, de forma que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3 cm.
- Calcule la constante recuperadora del resorte y el período del movimiento.
  - Haga un análisis de las transformaciones energéticas que tienen lugar en una oscilación completa y calcule el valor de las energías cinética y potencial elástica cuando el desplazamiento es de 1,3 cm. Tomar  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- 11.** Un objeto de 0,2 kg, unido al extremo de un resorte, efectúa oscilaciones armónicas de  $0,1 \pi \text{ s}$  de periodo y su energía cinética máxima es de 0,5 J.
- Escriba la ecuación de movimiento del objeto y determinar la constante elástica del resorte.
  - Explique cómo cambiarían las características del movimiento si: i) se sustituye el resorte por otro de constante elástica doble; ii) se sustituye el objeto por otro de masa doble.
- 12.** Un cuerpo de 2 kg cae sobre un resorte elástico de constante  $k = 4000 \text{ N m}^{-1}$ , vertical y sujeto al suelo. La altura a la que se suelta el cuerpo, medida sobre el extremo superior del resorte, es de 2 m.
- Explique los cambios energéticos durante la caída y la compresión del resorte.
  - Determine la deformación máxima del resorte.
- $g = 10 \text{ m s}^{-2}$
- 13.** Un bloque de 1 kg, apoyado sobre una mesa horizontal y unido a un resorte, realiza un movimiento armónico simple de 0,1 m de amplitud. En el instante inicial su energía cinética es máxima y su valor es 0,5 J.
- Calcule la constante elástica del resorte y el periodo del movimiento.
  - Escriba la ecuación del movimiento del bloque, razonando cómo obtiene el valor de cada una de las variables que intervienen en ella.
- 14.** Sobre un plano horizontal sin rozamiento se encuentra un bloque de masa  $m = 1,5 \text{ Kg}$ , sujeto al extremo libre de un resorte horizontal fijo por el otro extremo. Se aplica al bloque una fuerza de 15 N, produciéndose un alargamiento del resorte de 10 cm y en esta posición se suelta el cuerpo, que inicia un movimiento armónico simple.
- Escriba la ecuación de movimiento del bloque.
  - Calcule las energías cinética y potencial cuando la elongación es de 5 cm.
- 15.** Una partícula de 50 g vibra a lo largo del eje X, alejándose como máximo 10 cm a un lado y a otro de la posición de equilibrio ( $x = 0$ ). El estudio de su movimiento ha revelado que existe una relación sencilla entre la aceleración y la posición que ocupa en cada instante:  $a = -16 \pi^2 x$ .
- Escriba las expresiones de la posición y de la velocidad de la partícula en función del tiempo, sabiendo que este último se comenzó a medir cuando la partícula pasaba por la posición  $x = 10 \text{ cm}$ .
  - Calcule las energías cinética y potencial de la partícula cuando se encuentra a 5 cm de la posición de equilibrio.
- 16.** Una partícula de 0,2 kg describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de frecuencia 20 Hz. En el instante inicial la partícula pasa por el origen, moviéndose hacia la derecha, y su velocidad es máxima. En otro instante de la oscilación la energía cinética es 0,2 J y la energía potencial es 0,6 J.
- Escriba la ecuación de movimiento de la partícula y calcule su aceleración máxima.
  - Explique, con ayuda de una gráfica, los cambios de energía cinética y de energía potencial durante una oscilación.



**17.** Un bloque de 0,5 kg cuelga del extremo inferior de un resorte de constante elástica

$k = 72 \text{ N m}^{-1}$ . Al desplazar el bloque verticalmente hacia abajo de su posición de equilibrio comienza a oscilar, pasando por el punto de equilibrio con una velocidad de  $6 \text{ m s}^{-1}$ .

a) Razone los cambios energéticos que se producen en el proceso.

b) Determine la amplitud y la frecuencia de oscilación.

**18.** Un bloque de 2 kg se encuentra sobre un plano horizontal, sujeto al extremo de un resorte de constante elástica  $k = 150 \text{ N m}^{-1}$ , comprimido 20 cm. Se libera el resorte de forma que el cuerpo desliza sobre el plano, adosado al extremo del resorte hasta que éste alcanza la longitud de equilibrio, y luego continúa moviéndose por el plano. El coeficiente de rozamiento es de 0,2.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar a lo largo del movimiento del bloque y calcule su velocidad cuando pasa por la posición de equilibrio del resorte. b) Determine la distancia recorrida por el bloque hasta detenerse. ( $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ )

## MOVIMIENTO ONDULATORIO

## CUESTIONES

1.- a) Explique la periodicidad espacial y temporal de las ondas y su interdependencia. b) Una onda de amplitud  $A$ , frecuencia  $f$ , y longitud de onda  $\lambda$ , se propaga por una cuerda. Describa el movimiento de una partícula de la cuerda, indicando sus magnitudes características.

2.- Considere la siguiente ecuación de onda:  $y(x,t) = A \sin(bt - cx)$

a) ¿Qué representan los coeficientes  $A$ ,  $b$ ,  $c$ ? ¿Cuáles son sus unidades? b) ¿Qué interpretación tendría que la función fuera “coseno” en lugar de “seno”? ¿Y que el signo dentro del paréntesis fuera  $+$  en lugar de  $-$ ?

3.- La ecuación de una onda armónica en una cuerda tensa es:

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$$

a) Indique el significado de las magnitudes que aparecen en dicha expresión. b) Escriba la ecuación de otra onda que se propague en la misma cuerda, en sentido opuesto, de amplitud mitad y frecuencia doble que la anterior.

4.- a) Defina: onda, velocidad de propagación, longitud de onda, frecuencia, amplitud, elongación y fase. b) Dos ondas viajeras se propagan por un mismo medio y la frecuencia de una es doble que la de la otra. Explique la relación entre las diferentes magnitudes de ambas ondas.

5.- Dos fenómenos físicos vienen descritos por las expresiones siguientes:

$$y = A \sin bt$$

$$y = A \sin (bt - cx)$$

en las que “ $x$ ” e “ $y$ ” son coordenadas espaciales y “ $t$ ” el tiempo. a) Explique de qué tipo de fenómeno físico se trata en cada caso e identifique los parámetros que aparecen en dichas expresiones, indicando sus respectivas unidades. b) ¿Qué diferencia señalaría respecto de la periodicidad de ambos fenómenos?

6.- a) Explique qué son una onda transversal y una onda longitudinal. ¿Qué quiere decir que una onda está polarizada linealmente?

b) ¿Por qué se dice que en un fenómeno ondulatorio se da una doble periodicidad? ¿Qué magnitudes físicas la caracterizan?

7.- a) Explique qué es una onda armónica y escriba su ecuación. b) Una onda armónica es doblemente periódica. ¿Qué significado tiene esa afirmación? Haga esquemas para representar ambas periodicidades y coméntelos.

8.- a) ¿En qué consiste la refracción de ondas? Enuncie sus leyes. b) ¿Qué características de la onda varían al pasar de un medio a otro.

9.- a) ¿En qué consiste el fenómeno de polarización de las ondas? b) ¿Se puede polarizar el sonido? Razone la respuesta.

10.- a) Explique las diferencias entre ondas longitudinales y ondas transversales. Citar un ejemplo de cada una de ellas. b) Describa cualitativamente el fenómeno de la polarización. ¿Qué tipo de ondas, de las mencionadas anteriormente, pueden polarizarse?

11.- a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de una onda. b) ¿Tienen igual frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación la onda incidente, la reflejada y la refractada?

12.- Indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas: a) La velocidad de propagación de una onda armónica es proporcional a su longitud de onda. b) Cuando una onda incide en la superficie de separación de dos medios, las ondas reflejada y refractada tienen igual frecuencia e igual longitud de onda que la onda incidente.

13.- a) Explique las características de una onda estacionaria. b) Razone por qué la frecuencia del sonido producido por una cuerda de guitarra puede modificarse variando la tensión de la cuerda o pisando diferentes trastes (variando su longitud).

**14.-** a) Haga un análisis cualitativo de las ondas estacionarias indicando cómo se producen, qué las caracteriza y qué las diferencia de las ondas viajeras. b) En una cuerda se forma una onda estacionaria. Explique por qué no se transmite energía a lo largo de la cuerda.

**15.-** Considere la ecuación:

$$y(x,t) = A \cos(bx) \sin(ct)$$

a) ¿Qué representan los coeficientes A, b, c?, ¿cuáles son sus unidades?, ¿cuál es el significado del factor A cos(bx). b) ¿qué son los vientres y nodos?, ¿qué diferencia hay entre vientres y nodos consecutivos?

**16.-** a) Explique las características de una onda estacionaria. b) ¿Varía la amplitud de la perturbación en los puntos comprendidos entre dos nodos consecutivos? ¿Y la frecuencia?

**17.-** a) Explique las diferencias entre ondas longitudinales y ondas transversales y ponga algún ejemplo de onda de cada tipo. b) ¿Qué es una onda estacionaria? Comente sus características.

**18.-** a) Comente la siguiente afirmación: “las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas” y razone si una onda estacionaria transporta energía.

b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda de una guitarra se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

**19.-** a) Defina qué es una onda estacionaria e indique cómo se produce y cuáles son sus características. Haga un esquema de una onda estacionaria y coméntelo. b) Explique por qué, cuando en una guitarra se acorta la longitud de una cuerda, el sonido resulta más agudo.

## **MOVIMIENTO ONDULATORIO**

## **PROBLEMAS**

**1.-** El periodo de una onda que se propaga a lo largo del eje x es de  $3 \cdot 10^{-3}$  s, y la distancia entre los dos puntos más próximos cuya diferencia de fase es  $\pi/2$  radianes es de 20 cm.

a) Calcule la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Si el periodo se duplicase, ¿qué le ocurriría a las magnitudes del apartado anterior?

**2.-** La ecuación de una onda que se propaga en una cuerda es:

$$y(x,t) = 0,5 \sin \pi(8t - 4x) \quad (\text{en unidades SI})$$

a) Determine la velocidad de propagación de la onda y la velocidad de un punto de la cuerda y explique el significado de cada una de ellas.

b) Represente gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante  $t = 0$ , y la elongación en  $x = 0$  en función del tiempo.

**3.-** Una onda plana viene dada por la ecuación:

$$y(x,t) = 2 \cos(100t - 5x) \quad (\text{en unidades SI})$$

donde x e y son coordenadas cartesianas.

a) Haga un análisis razonado del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal y cuál es su sentido de propagación.

b) Calcule la frecuencia, el periodo, la longitud de onda y el número de onda, así como el módulo, dirección y sentido de la velocidad de propagación de la onda.

**4.-** La ecuación de una onda que se propaga por una onda tensa es:

$$y(x,t) = 4 \sin \pi(50t - 4x) \quad (\text{en unidades SI})$$

a) Calcule la amplitud, la longitud de onda y el periodo de dicha onda. ¿Qué significado físico tiene el signo menos que aparece dentro del paréntesis?

b) Determine la velocidad de propagación de la onda. ¿Se mueven los puntos del medio con esa velocidad?

**5.-** La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$$y(x,t) = 0,06 \cos 2\pi(4t - 2x) \quad (\text{S.I.})$$

- Calcule la diferencia de fase entre los estados de vibración de una partícula de la cuerda en los instantes  $t = 0$  y  $t = 0,5$  s.
- Haga una representación gráfica aproximada de la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.

**6.-** La ecuación de una onda es:

$$y(x,t) = 4 \sin(6t - 2x + \pi/6) \quad (\text{S.I.})$$

- Explique las características de la onda y determine la elongación y la velocidad, en el instante inicial, en el origen de coordenadas.
- Calcule la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda, así como la diferencia de fase entre dos puntos separados 5 m, en un mismo instante.

**7.-** Se hace vibrar transversalmente un extremo de una cuerda de gran longitud con un período de  $0,5 \pi$  s y una amplitud de 0,2 cm, propagándose a través de ella una onda con una velocidad de  $0,1 \text{ m s}^{-1}$ .

- Escriba la ecuación de la onda, indicando el razonamiento seguido.
- Explique qué características de la onda cambian si: i) se aumenta el período de la vibración en el extremo de la cuerda; ii) se varía la tensión de la cuerda.

**8.-** La perturbación,  $\psi$ , asociada a una nota musical tiene por ecuación:

$$\psi(x,t) = 5,5 \cdot 10^{-3} \sin(2764,6 t - 8,11 x) \quad (\text{S.I.})$$

- Explique las características de la onda y determine su frecuencia, longitud de onda, período y velocidad de propagación.
- ¿Cómo se modificaría la ecuación de onda anterior si, al aumentar la temperatura del aire, la velocidad de propagación aumenta hasta un valor de  $353 \text{ m s}^{-1}$ ?

**9.-** Por una cuerda tensa (a lo largo del eje  $x$ ) se propaga una onda armónica transversal de amplitud  $A = 5$  cm y de frecuencia  $f = 2$  Hz con una velocidad de propagación  $v = 1,2 \text{ m s}^{-1}$ .

- Escriba la ecuación de la onda.
- Explique qué tipo de movimiento realiza el punto de la cuerda situado en  $x = 1$  m y calcule su velocidad máxima.

**10.-** Un altavoz produce una onda sonora de  $10^{-3}$  m de amplitud y una frecuencia de 200 Hz, que se propaga con una velocidad de  $340 \text{ m s}^{-1}$ .

- Escriba la ecuación de la onda, suponiendo que ésta se propaga en una sola dirección.
- Represente la variación espacial de la onda, en los instantes  $t = 0$  y  $t = T/4$ .

**11.-** Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga por una cuerda con una velocidad de  $2 \text{ m s}^{-1}$  y longitud de onda de 0,25 m.

- Escriba la ecuación de la onda en función de  $x$  y  $t$ .
- Determine la velocidad de un punto de la cuerda situado en  $x = 13/16$  m, en el instante  $t = 0,5$  s.

**12.-** Por una cuerda se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la función de onda:

$$y = A \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

Razone a qué distancia se encuentran dos puntos de esa cuerda si:

- La diferencia de fase entre ellos es de  $\pi$  radianes.
- Alcanzan la máxima elongación con un retardo de un cuarto de periodo.

**13.-** La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:

$$y(x,t) = 0,05 \sin \pi \cdot (25 t - 2 x) \quad (\text{S.I.})$$

- Explique de qué tipo de onda se trata y en qué sentido se propaga e indique cuáles son su amplitud, frecuencia y longitud de onda.
- Calcule la velocidad de propagación de la onda y la velocidad del punto  $x = 0$  de la cuerda en el instante  $t = 1$  s y explique el significado de cada una de ellas.

**14.-** Por una cuerda se propaga la onda;

$$y = \cos (50 t - 2 x) \quad (\text{S.I.})$$

- Indique de qué tipo de onda se trata y determine su velocidad de propagación y su amplitud.
- Explique qué tipo de movimiento efectúan los puntos de la cuerda y calcule el desplazamiento del punto situado en  $x = 10 \text{ cm}$  en el instante  $t = 0,25 \text{ s}$ .

**15.-** La ecuación de una onda armónica que se propaga por una cuerda es:

$$y(x, t) = 0,08 \cos (16 t - 10 x) \quad (\text{S.I.})$$

- Determine el sentido de propagación de la onda, su amplitud, periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.
- Explique cómo se mueve a lo largo del tiempo un punto de la cuerda y calcule su velocidad máxima

**16.-** La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x, t) = 10 \cos (\pi/3)x \sin 2\pi t \quad (\text{en unidades SI})$$

- Explique las características de la onda y calcular su periodo y su longitud de onda. ¿Cuál es la velocidad de propagación?
- Determine la velocidad de una partícula situada en el punto  $x = 1,5 \text{ m}$ , en el instante  $t = 0,25 \text{ s}$ . Explique el resultado.

**17.-** En una cuerda tensa se tiene una onda de ecuación:

$$y(x, t) = 5 \cdot 10^{-2} \cos (10\pi x) \sin (40\pi t) \quad (\text{en unidades SI})$$

- Razone las características de las ondas cuya superposición da lugar a la onda dada y escriba sus ecuaciones.
- Calcule la distancia entre nodos y la velocidad de un punto de la cuerda situado en la posición  $x = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ , en el instante  $t = 9/8 \text{ s}$ .

**18.-** La cuerda de una guitarra vibra de acuerdo con la ecuación:

$$y(x, t) = 0,01 \sin (10\pi x) \cos (200\pi t) \quad (\text{en unidades SI})$$

- Indique de qué tipo de onda se trata y calcular la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición puede dar lugar a dicha onda.
- ¿Cuál es la energía de una partícula de la cuerda situada en el punto  $x = 10 \text{ cm}$ ? Razone la respuesta.

**19.-** Una onda estacionaria tiene por ecuación:

$$y(x, t) = 10 \cos (\pi x/6) \sin (10\pi t) \quad (\text{S.I.})$$

- Calcule las características de las ondas cuya superposición da lugar a la onda dada.
- ¿Cuál sería la velocidad de la partícula situada en la posición  $x = 3 \text{ m}$ ? Comente el resultado.

**20.-** La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x, t) = 0,2 \sin 6\pi x \cdot \cos 20\pi t \quad (\text{S.I.})$$

- Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.
- Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero e indique el nombre y las características de dichos puntos.

**21.-** Se hace vibrar una cuerda de guitarra de  $0,4 \text{ m}$  de longitud, sujeta por los dos extremos.

- Calcule la frecuencia fundamental de vibración, suponiendo que la velocidad de propagación de la onda en la cuerda es de  $352 \text{ m s}^{-1}$ .
- Explique por qué, si se acorta la longitud de una cuerda en una guitarra, el sonido resulta más agudo.

**22.-** La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x, t) = 0,4 \sin 12\pi x \cos 40\pi t \quad (\text{S.I.})$$

- Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.
- Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

**23.-** La ecuación de una onda en una cuerda tensa es:

$$y(x, t) = 4 \cdot 10^{-3} \sin 8\pi x \cos 30\pi t \quad (\text{S.I.})$$

- a) Indique qué tipo de onda es y calcule su período y su longitud de onda.
- b) Explique cuál es la velocidad de propagación de la onda y cuál es la velocidad de los puntos de la cuerda. Calcule la velocidad máxima del punto  $x = 0,5 \text{ m}$ .

**24.-** La ecuación de una onda es:

$$y(x, t) = 0,16 \cos(0,8x) \cos(100t) \quad (\text{S. I.})$$

- a) Con la ayuda de un dibujo, explique las características de dicha onda.
- b) Determine la amplitud, longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de las ondas cuya superposición puede dar lugar a dicha onda.

### **EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD DE ONDAS AMPLIACIÓN**

**1.** Una onda en una cuerda viene descrita por:  $y(x, t) = 0,5 \cdot \cos x \cdot \sin(30t)$  (S.I.)

- a) Explique qué tipo de movimiento describen los puntos de la cuerda y calcule la velocidad máxima del punto situado en  $x = 3,5 \text{ m}$ .  $v_{\max}(3,5) = 14 \text{ m/s}$ .
- b) Determine la velocidad de propagación y la amplitud de las ondas que por superposición darían origen a la onda indicada.  $v = 30 \text{ m/s}$  ;  $A = 0,25 \text{ m}$ .

**2.** La ecuación de una onda en una cuerda es:  $y(x, t) = 0,02 \cdot \sin(8x - 96t)$  (S.I.)

- a) Indique el significado físico de las magnitudes que aparecen en esa ecuación y calcule el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación.  $T = 0,0654 \text{ s}$  ;  $\lambda = 0,785 \text{ m}$  ;  $v = 12,0 \text{ m/s}$ .
- b) Determine la elongación y la velocidad de un punto de la cuerda situado en la posición  $x = 0,5 \text{ m}$ , en el instante  $t = 2 \text{ s}$ .  $y(0,5 ; 2) = 0,00951 \text{ m}$  ;  $v(0,5 ; 2) = -1,92 \text{ m/s}$ .

**3.** Las ondas sísmicas S, que viajan a través de la Tierra generando oscilaciones durante los terremotos, producen una gran parte de los daños sobre edificios y estructuras. Una onda armónica S, que se propaga por el interior de la corteza terrestre, obedece a la ecuación:

$$y(x, t) = 0,6 \cdot \sin(3,125 \cdot 10^7 x - 1,25 \cdot 10^3 t) \quad (\text{S.I.})$$

- a) Indique qué tipo de onda es y calcule su longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación.
- b) Si se produce un sismo a una distancia de 400 km de una ciudad, ¿cuánto tiempo transcurre hasta que se perciben los efectos del mismo en la población? ¿Con qué velocidad máxima oscilarán las partículas del medio?

Sol: a)  $t = 100 \text{ s}$  ; b)  $v_{\max} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ .

**4.** En una cuerda tensa de 16 m de longitud con sus extremos fijos se ha generado una onda de ecuación:

$$y(x, t) = 0,02 \cdot \sin(\pi x) \cdot \cos(8\pi t) \quad (\text{S.I.})$$

- a) Explique de qué tipo de onda se trata y cómo puede producirse. Calcule su longitud de onda y su frecuencia.
- b) Calcule la velocidad en función del tiempo de los puntos de la cuerda que se encuentran a 4 m y a 4,5 m, respectivamente, de uno de los extremos y comente el resultado.

Sol: a)  $\lambda = 2 \text{ m}$  ;  $f = 0,25 \text{ Hz}$  ; b)  $v(4) = 0$  (nodo) ;  $v(4,5) = 0,503 \cdot \sin 8\pi t$

## EJERCICIOS DE ELECTROSTÁTICA

1. Dos cargas puntuales  $Q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  y  $Q_2 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , están situadas en los puntos A y B de una recta horizontal, separados 20 cm:
  - a) Razona cómo varía  $E$  entre A y B.
  - b) ¿ Existe algún punto de la recta donde el campo sea cero ?. En ese caso, calcula su posición. Tener en cuenta que estamos en el vacío donde  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ U.S.I.}$**Soluciones:** a)  $E = (27000/x^2 - 108000/(0,2 - x)^2) \mathbf{i} \text{ (N/C)}$ ; b)  $x = 0,067 \text{ m}$  del lado de la carga menor.
2. Dos partículas de  $Q = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  ocupan dos vértices consecutivos de un cuadrado de 1 m de lado.
  - a) Calcula el potencial electrostático creado por ambas cargas en el centro del cuadrado. ¿ Se modificará el resultado si las cargas fueran de signo opuesto ?.
  - b) Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de  $5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$  desde uno de los vértices restantes hasta el centro del cuadrado. ¿ Depende este resultado de la trayectoria seguida por la carga ?.**Soluciones :** a)  $V_A = 101823 \text{ voltios}$ , si son de signo opuesto se anula el potencial.  
b)  $W = 14,9 \text{ J}$ , el camino seguido no afecta por ser el campo conservativo.
3. Indica , justificando las respuestas, si son correctas o no las siguientes frases:
  - a) Si todos los puntos del segmento AB se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en todos los puntos del segmento, es nulo.
  - b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentran a distinto potencial eléctrico, es nulo.**Soluciones:** a) No tiene porqué, debe ser en todo momento perpendicular al segmento. b) Falso, todo lo contrario ( explicar ).
4.
  - a) Razona si la energía potencial electrostática de una carga “q” aumenta o disminuye al pasar del punto A al punto B, siendo el potencial en A mayor que en B.
  - b) El punto A está más alejado que el B de la carga Q que crea el campo, razona si la carga Q es positiva o negativa.**Soluciones:** a) La  $E_p$  aumenta si q es (-) y disminuye si es (+) al ir desde un punto de mayor a menor potencial. b) En este caso es (-), ya que para que el potencial aumente al alejarme de la carga que crea el campo, ésta debe ser (-).
5. Dos cargas  $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  y  $Q_2 = -4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  están fijas en los puntos  $P_1 (0,2)$  y  $P_2 (1,0)$ , respectivamente.
  - a) Dibuja el campo eléctrico producido por cada una de las cargas en el punto O ( 0,0 ) y en el punto P ( 1,2 ) y calcula el campo total en el punto P.
  - b) Calcula el trabajo necesario para desplazar una carga  $Q = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  desde el punto O hasta el punto P y explica el significado del signo que sale al calcular ese trabajo.Tener en cuenta que entre O y P existe el vacío y que entonces  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ U.S.I.}$   
**Soluciones :** a)  $E_O = 36000 \mathbf{i} - 4500 \mathbf{j} \text{ (N/C)}$  ;  $E_P = 18000 \mathbf{i} - 9000 \mathbf{j} \text{ (N/C)}$   
b)  $W_{\text{ext}} = -0,081 \text{ J}$ . El trabajo lo realiza el campo y por tanto la carga disminuye su energía potencial.
6. Una partícula de carga  $6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se encuentra en reposo en el punto ( 0,0 ). Se aplica un campo eléctrico uniforme de  $500 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ , dirigido en el sentido positivo del eje OY.
  - a) Describe la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra situada en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿ Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en ese desplazamiento ?. ¿ En qué se convierte dicha variación de energía ?.
  - b) Calcula el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.**Soluciones :** a) Disminuye ; debe aumentar en igual cuantía su  $E_c$ .  
b)  $W_{\text{campo}} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$  ;  $\Delta V = -1000 \text{ voltios}$ .

7. Tenemos dos cargas eléctricas, una de  $+2\text{ }\mu\text{C}$  situada en el punto  $(0, 2)$  y otra de  $-1\text{ }\mu\text{C}$  situada en el punto  $(3, 0)$ , se pide:
- Expresión vectorial del campo eléctrico en el punto  $(3, 2)$ .
  - Trabajo externo necesario para trasladar una carga de  $+1\text{ }\mu\text{C}$  desde el punto  $(0, 0)$  hasta el punto  $(3, 2)$ .
- $K = 9 \cdot 10^9 \text{ USI}$ .
- Soluciones:** a)  $\mathbf{E} = 2000\mathbf{i} - 2250\mathbf{j} \text{ (N/C)}$  ; b)  $W_{\text{ext}} = -0,0045 \text{ J}$ .
8. Dos cargas puntuales iguales de  $-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  cada una están situadas en los puntos A  $(0,6) \text{ m}$  y B  $(6,0) \text{ m}$ . Una tercera carga de  $-3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , se sitúa en el punto C  $(6,6) \text{ m}$ .
- Determina y dibuja el **vector campo eléctrico** en el punto  $(6,6)$  creado por las dos primeras cargas.
  - Determina la fuerza resultante sobre la tercera carga situada en ese punto  $(6,6)$ .
- $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .
- Soluciones:** a)  $\mathbf{E}_C = -500\mathbf{i} - 500\mathbf{j} \text{ (N/C)}$  ; b)  $\mathbf{F} = 0,0015\mathbf{i} + 0,0015\mathbf{j} \text{ (N)}$ .
9. Una partícula con carga  $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  se encuentra en reposo en el punto  $(0,0)$ . Se aplica un campo eléctrico uniforme de  $500 \text{ N C}^{-1}$  en el sentido positivo del eje OY. Calcular:
- La diferencia de potencial entre los puntos A  $(0,0)$  y B  $(0,4) \text{ m}$ .  $(V_A - V_B)$ .
  - El trabajo realizado para desplazar la partícula entre dichos puntos, indicando claramente si el trabajo lo realiza la fuerza externa o si lo realiza el campo.
- Soluciones:** a)  $\Delta V = -2000 \text{ voltios}$ . b)  $W_{\text{campo}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$  y  $W_{\text{ext}} = -4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .
10. Dos cargas eléctricas  $q_1 = q_2 = +1\text{ }\mu\text{C}$  están localizadas en los puntos A  $(0,2)$  y B  $(2,0)$  del plano XY, se pretende calcular:
- Intensidad del campo eléctrico en el punto C  $(2,2)$ .
  - Fuerza a la que estará sometida una carga de  $-2\text{ }\mu\text{C}$  situada en ese punto C.
- $K = 9 \cdot 10^9 \text{ U.S.I}$ . No olvidar que se piden expresiones vectoriales.
- Soluciones:** a)  $\mathbf{E} = 2250\mathbf{i} + 2250\mathbf{j} \text{ (N/C)}$  ; b)  $\mathbf{F} = -0,0045\mathbf{i} - 0,0045\mathbf{j} \text{ (N)}$ .



## AMPLIACIÓN DE EJERCICIOS DEL CAMPO ELÉCTRICO

1. Un electrón se mueve con una velocidad de  $2 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  y penetra en un campo eléctrico uniforme de  $400 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ , de igual dirección y sentido que su velocidad.

a) Explique cómo cambia la energía del electrón y calcule la distancia que recorre antes de detenerse.

b) ¿Qué ocurrirá si la partícula fuese un positrón? Razone la respuesta

**Nota:** Un positrón es una partícula de igual masa que el electrón y de igual carga pero de signo positivo. Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ .

2. Dos cargas eléctricas puntuales  $q_1 = -5 \text{ } \mu\text{C}$  y  $q_2 = 2 \text{ } \mu\text{C}$  están separadas una distancia de 10 cm. Calcule: a) El valor del campo y del potencial eléctricos en un punto B situado en la línea que une ambas cargas, 20 cm a la derecha de  $q_2$  y está a su vez a la derecha de  $q_1$ . b) El trabajo necesario para trasladar una carga  $q_3 = -12 \text{ } \mu\text{C}$  desde el punto A, punto medio entre las cargas  $q_1$  y  $q_2$ , hasta el punto B. ¿Qué fuerza actúa sobre  $q_3$  una vez situada en B? Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

3. a) Describa las características del campo eléctrico creado por una carga puntual positiva. B) Para dos puntos A y B de una determinada región del espacio, en la que existe un campo eléctrico uniforme, se cumple que  $V_A > V_B$ . Si dejamos libre una carga negativa en el punto medio del segmento que une A con B, ¿hacia donde se moverá la carga?. Razone la respuesta.

4. a) Enuncie la ley de Coulomb y comente su expresión. b) Dos cargas puntuales  $q$  y  $-q$  se encuentran sobre el eje X, en  $x = a$  y en  $x = -a$ , respectivamente. Escriba las expresiones del campo electrostático y del potencial electrostático en el origen de coordenadas.

5. a) Defina las características del potencial eléctrico creado por una carga eléctrica positiva. b) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto intermedio del segmento que une a dos cargas puntuales del mismo valor  $q$ ?. Razónelo en función del signo de las cargas.

6. Una partícula de masa  $m$  y carga  $-10^{-6} \text{ C}$  se encuentra en reposo al estar sometida al campo gravitatorio terrestre y a un campo eléctrico uniforme  $E = 100 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$  de la misma dirección. a) Haga un esquema de las fuerzas que actúan sobre la partícula y calcule su masa. b) Analice el movimiento de la partícula si el campo eléctrico pasara a valer  $120 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$  y determine su aceleración. Dato:  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

## EJERCICIOS DE CAMPO MAGNÉTICO

1. Un protón penetra con una energía de 5 MeV perpendicularmente a un campo magnético de 1,5 T. ¿Qué fuerza actúa sobre él?

Datos:  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ . Sol:  $7,4 \cdot 10^{-12} \text{ N}$

2. Si estás sentado en una habitación mirando de frente hacia una ventana y un electrón penetra perpendicularmente a ella y es desviado hacia tu izquierda, ¿cuál será la dirección y sentido de la inducción magnética que existe en la habitación?

3. Un electrón penetra perpendicularmente en un campo magnético de 0,5 T con una velocidad de 2000 Km/s.

a) Calcula el radio de la órbita que describe.

b) Halla el número de vueltas que da en 0,01 s.

Datos:  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ . Sol: a)  $2,28 \cdot 10^{-5} \text{ m}$  ; b)  $1,4 \cdot 10^8$  vueltas.

4. Un protón penetra en un campo magnético B con velocidad v perpendicular al campo y describe una trayectoria circular de periodo  $10^{-6} \text{ s}$ .

a) Dibuje en un esquema el campo magnético, la fuerza que actúa sobre el protón y su velocidad en un punto de la trayectoria y calcule el valor del campo magnético.

b) Explique cómo cambiaría la trayectoria si, en lugar de un protón, penetrara un electrón con la misma velocidad v.

Datos:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  Sol: 0,067 T

5. Un protón tiene una energía cinética de  $2 \cdot 10^{-12} \text{ J}$  y se mueve en una región en la que existe un campo magnético de 0,6 T en dirección perpendicular a su velocidad.

a) Razone, con ayuda de un esquema, la trayectoria del protón y calcule el periodo de su movimiento.

b) ¿Cómo variarían las características de su movimiento si la energía cinética se redujera a la mitad?

Datos:  $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  Sol:  $1,1 \cdot 10^{-7} \text{ s}$

6. En una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0,8 T, se inyecta un protón con una energía cinética de 0,2 MeV, moviéndose perpendicularmente al campo.

a) Haga un esquema en el que se representen el campo, la fuerza sobre el protón y la trayectoria seguida por éste y calcule el valor de dicha fuerza.

b) Si se duplicara la energía cinética del protón, ¿en qué forma variaría su trayectoria?

Razone la respuesta.

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  Sol:  $7,9 \cdot 10^{-13} \text{ N}$

7. Sobre un electrón que se mueve con una velocidad de 5000 Km/s actúa en dirección normal a su velocidad un campo magnético B = 8 T. Determina:

a) El valor de la fuerza que actúa sobre el electrón.

b) El radio de la órbita que describe. Sol: a)  $6,4 \cdot 10^{-12} \text{ N}$  ; b)  $3,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

8. En un experimento se aceleran partículas alfa ( $q = +2e$ ) desde el reposo, mediante una diferencia de potencial de 10 kV. Después, entran en un campo magnético B = 0,5 T, perpendicular a la dirección de su movimiento. a) Explique con ayuda de un esquema la trayectoria de las partículas y calcule la velocidad con que penetran en el campo magnético.

b) Calcule el radio de la trayectoria que siguen las partículas alfa en el seno del campo magnético.

Datos:  $m = 6,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  Sol: 41 mm

9. Se acelera un protón a través de una diferencia de potencial de  $10^5$  V. Entonces el protón entra perpendicularmente a un campo magnético, recorriendo una trayectoria circular de 30 cm de radio. Calcula el valor del campo. Sol: 0,15 T.

10. Un protón tiene una energía cinética de  $10^{-14}$  J. Sigue una trayectoria circular en un campo magnético  $B = 0,5$  T. Calcula:

a) El radio de la trayectoria.

b) La frecuencia con que gira. Sol: a) 0,07 m;  $7,8 \cdot 10^6$  Hz.

11. Un electrón se mueve con velocidad de  $10^4$  i m/s en el seno un campo magnético, la fuerza que ejerce el campo sobre él es de  $10^{-6}$  j (N). Calcula el vector campo magnético que actúa sobre la partícula. Sol:  $\mathbf{B} = 6,25 \cdot 10^8$  k (T).

12. Un electrón penetra en una región en la que existe un campo magnético de intensidad 0,1 T, con una velocidad de  $6 \cdot 10^6$  m/s y perpendicular al campo.

a) Dibuja un esquema representando el campo, la fuerza magnética y la trayectoria seguida por el electrón y calcula el radio de esa trayectoria.

b) ¿Cómo cambiaría la trayectoria si fuese un protón?

Sol: a)  $3,41 \cdot 10^{-4}$  m ; b)  $r = 0,64$  m pero girando en sentido contrario.

13. En una región del espacio en la que existe un campo eléctrico de  $100 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$  y un campo magnético de  $10^{-3}$  T, perpendiculares entre sí, penetran un protón y un electrón con velocidades perpendiculares a ambos campos.

a) Dibuja en un esquema los vectores velocidad, campo eléctrico y campo magnético en el caso de que las partículas no se desvíen.

b) ¿Qué energía cinética deberían tener el protón y el electrón en estas condiciones?

Datos:  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  Kg.;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  Kg. Sol:  $E_{cp} = 8,5 \cdot 10^{-18}$  J ;  $E_{ce} = 4,55 \cdot 10^{-21}$  J

14. ¿Con qué frecuencia debe oscilar el potencial de un ciclotrón para acelerar protones?. Calcula la velocidad y la energía cinética con que sale un protón del acelerador si tiene 0,5 m de radio y un campo magnético de 1,5 T. Sol: a) 44,5 MHz ; b)  $7,18 \cdot 10^6$  m/s y 25 MeV.

15. Una corriente de 20 A circula por un alambre largo y recto. Calcula el campo en un punto situado a 10 mm del alambre, si lo que rodea al cable es el vacío.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  U.S.I. Sol:  $4 \cdot 10^{-4}$  T

16. Dos cables conductores rectos y paralelos, de gran longitud están recorridos por corrientes respectivas de 6 y 4 A y separados por el vacío 10 cm. Calcula la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor:

a) Si las corrientes tienen el mismo sentido

b) Si tienen sentido contrario

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  U.S.I. Sol:  $4,8 \cdot 10^{-5}$  N.

17. Dos cables conductores rectos y paralelos de gran longitud están separados por el vacío 20 cm y recorridos por corrientes respectivas de 2 y 5 A en el mismo sentido. Calcula el campo creado por ellos en el punto medio de la recta que une normalmente los dos conductores.

Dibuja un esquema donde se aprecien los vectores inducción. ¿Y si las corrientes llevasen sentido opuesto?

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  N A<sup>-2</sup>

Sol:  $6 \cdot 10^{-6}$  T ;  $1,4 \cdot 10^{-5}$  T

18. Calcula el campo creado por un conductor rectilíneo de gran longitud por el que circula una corriente de 40 A en todos los puntos que distan de él 5 cm. Sol :  $1,6 \cdot 10^{-5}$  T

19. Un conductor rectilíneo de 15 cm de longitud se coloca perpendicularmente a un campo magnético de inducción 0,4 T. Calcula:

a) El valor de la fuerza a la que está sometido, sabiendo que por él circulan 6 A.

b) La fuerza anterior en el caso de que el conductor forme un ángulo de  $30^\circ$  con la dirección del campo. Sol: a) 0,36 N ; b) 0,18 N.

20. Un largo hilo conductor transporta una corriente de 20 A en sentido +X. Colocamos ese conductor sobre el eje X y en una región del espacio donde existe un campo magnético de  $10^{-5}$  T, uniforme y paralelo al eje Y con sentido +Y. Calcula el campo resultante en el punto (2,2) cm.

Sol:  $\mathbf{B} = (10^{-5} \mathbf{j} + 2 \cdot 10^{-4} \mathbf{k})$  T.

21. Dos cables conductores rectos y paralelos, de gran longitud están recorridos por corrientes respectivas de 4 y 12 A y separados por el vacío 10 cm. Calcula la inducción magnética en el punto medio entre los dos conductores:

a) Si las corrientes tienen el mismo sentido.

b) Si tienen sentido contrario.

(Dibuja un esquema donde se aprecien los vectores inducción)

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol:  $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  ;  $6,4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

22. Dos cables conductores rectos y paralelos, de gran longitud están recorridos por corrientes respectivas de 20 y 50 A y separados por el vacío 4 cm.

a) Calcula la inducción magnética en el punto medio entre los dos conductores

b) Calcula la inducción magnética en un punto que se encuentre a 1 cm del conductor de 20 A.

c) Calcula la inducción magnética en un punto que se encuentre a 1 cm del conductor de 50 A.

En los tres apartados, hay que tener en cuenta los dos casos:

a) Si las corrientes tienen el mismo sentido.

b) Si tienen sentido contrario.

(Dibuja un esquema donde se aprecien los vectores inducción)

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$  ; Sol: a)  $3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ;  $7 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ; b)  $6 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ;  $2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ; b)  $1,08 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ ;  $9,2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$

23. Dos alambres rectos, largos y paralelos, están recorridos por corrientes del mismo sentido,  $I_1 = 4$  A e  $I_2 = 12$  A, respectivamente. ¿A qué distancia del alambre 1, en la línea perpendicular que une ambos alambres, se anula el campo magnético?

(Dibuja un esquema donde se aprecien los vectores inducción)

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: 2,5 cm

24. Un largo hilo conductor, coincidente con el eje OY, transporta una corriente de 10 A en sentido +Y. Otro conductor, coincidente con el eje OX, transporta una corriente de 20 A en sentido -X. Calcula el campo magnético resultante en el punto (2, 5) cm.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol:  $\mathbf{B} = -1,4 \cdot 10^{-4} \mathbf{k}$  T

25. Por dos conductores rectilíneos, de gran longitud, paralelos y separados una distancia de 10 cm, circulan corrientes de 5 A y 10 A en el mismo sentido.

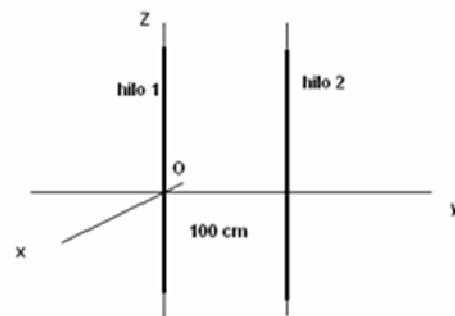
a) Dibuje en un esquema el campo magnético en el punto medio de un segmento que una los dos conductores y calcule su valor.

b) Determine la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, indicando su dirección y sentido.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: a)  $2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  ; b)  $10^{-4} \text{ N m}^{-1}$

26. Considere los dos hilos conductores rectilíneos e indefinidos mostrados en la figura. Por el hilo 1 circula una corriente de intensidad  $I_1 = 10 \text{ A}$  dirigida en el sentido positivo del eje Z. Se pide: a) Determinar el sentido de la corriente en el hilo 2 y el valor de su intensidad si el campo magnético es cero en un punto del eje Y situado 0,1 m a la izquierda del hilo 1.



b) Razonar cuál sería el campo magnético en un punto del eje Y situado 0,1 m a la derecha del hilo 2, si por éste circulara una corriente del mismo valor y sentido que por el hilo 1.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: a) sentido opuesto:  $I_2 = 110 \text{ A}$  ; b)  $2,18 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

27. Por dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, separados 0,2 m, circulan corrientes de la misma intensidad y sentido.

a) Razone qué fuerzas se ejercen entre ambos conductores y calcule el valor de la intensidad de corriente que debe circular por cada conductor para que la fuerza por unidad de longitud sea  $2,25 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

b) Razone cómo depende dicha fuerza de la distancia de separación de los conductores y del sentido de las corrientes.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

c) Sol: a) 1,5 A

28. Dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos distan entre sí 1,5 cm. Por ellos circulan corrientes de igual intensidad y del mismo sentido.

a) Explique con la ayuda de un esquema la dirección y sentido del campo magnético creado por cada una de las corrientes y de la fuerza que actúa sobre cada conductor.

b) Calcule el valor de la intensidad de la corriente que circula por los conductores si la fuerza que uno de ellos ejerce sobre un trozo de 25 cm del otro es de  $10^{-3} \text{ N}$ .

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: b) 17,32 A

29. Por un conductor rectilíneo muy largo, apoyado sobre un plano horizontal, circula una corriente de 150 A.

a) Dibuje las líneas del campo magnético producido por la corriente y calcule el valor de dicho campo en un punto situado en la vertical del conductor y a 3 cm de él.

b) ¿Qué corriente tendría que circular por un conductor, paralelo al anterior y situado a 0,8 cm por encima de él, para que no cayera, si la masa por unidad de longitud de dicho conductor es de  $20 \text{ g m}^{-1}$ ?

Datos:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$  ;  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

Sol: a)  $10^{-3} \text{ T}$  ; b) 53,3 A

30. Dos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, distan entre si 0,5 m. Por ellos circulan corrientes de 1 A y 2 A, respectivamente.

a) Explique el origen de las fuerzas que se ejercen ambos conductores y su carácter atractivo o repulsivo. Calcule la fuerza que actúa sobre uno de los conductores por unidad de longitud.

b) Determine el campo magnético total en el punto medio de un segmento que una los dos conductores si las corrientes son del mismo sentido.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: a)  $8 \cdot 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$  ; b)  $8 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

31. Por un conductor rectilíneo situado sobre el eje OZ circula una corriente de 25 A en el sentido positivo de dicho eje. Un electrón pasa a 5 cm del conductor con una velocidad de  $10^6 \text{ m s}^{-1}$ .

Calcule la fuerza que actúa sobre el electrón e indique con ayuda de un esquema su dirección y sentido, en los siguientes casos:

a) Si el electrón se mueve en el sentido negativo del eje OY.

b) Si se mueve paralelamente al eje OX. ¿Y si se mueve paralelamente al eje OZ?

Datos:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Sol: a) 0 ; b) 0 ; c)  $\pm 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ j N}$

32. Un hilo recto, de longitud 0,2 m y masa  $8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ , está situado a lo largo del eje OX en presencia de un campo magnético uniforme  $\mathbf{B} = 0,5 \text{ j T}$

a) Razone el sentido que debe tener la corriente para que la fuerza magnética sea de sentido opuesto a la fuerza gravitatoria,  $\mathbf{F}_g = -F_g \mathbf{k}$

b) Calcule la intensidad de corriente necesaria para que la fuerza magnética equilibre al peso del hilo.

Dato:  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

Sol: a) sentido -OX ; b) 0,8 A

33. Dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, separados 10 cm, transportan corrientes de 5 y 8 A, respectivamente, en sentidos opuestos. a) Dibuje en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en un punto del plano definido por ellos y situado a 2 cm del primero y 12 cm del segundo y calcule la intensidad del campo total. b) Determine la fuerza por unidad de longitud sobre uno de los conductores, indicando si es atractiva o repulsiva.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: a)  $3,7 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  ; b)  $8 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

34. Suponga dos hilos metálicos largos, rectilíneos y paralelos, perpendiculares al plano del papel y separados 60 mm, por los que circulan corrientes de 9 y 15 A en el mismo sentido.

a) Dibuje en un esquema el campo magnético resultante en el punto medio de la línea que une ambos conductores y calcule su valor.

b) En la región entre los conductores, ¿a qué distancia del hilo por el que circula la corriente de 9 A será cero el campo magnético?

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: a)  $4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  ; b) 22,5 mm

35. Por dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos circulan corrientes de igual intensidad, I, están separados una distancia de 0,1 m y se repelen con una fuerza por unidad de longitud de  $6 \cdot 10^{-9} \text{ N m}^{-1}$ .

a) Explique cualitativamente, con la ayuda de un esquema en el que dibuje el campo y la fuerza que actúa sobre cada conductor, el sentido de la corriente en cada uno de ellos.

b) Calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: 0,055 A

36. Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 10 A, pasan por dos vértices opuestos de un cuadrado de 1 m de lado situado en un plano horizontal. Ambas corrientes discurren perpendicularmente a dicho plano y hacia arriba.

a) Dibuje un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en uno de los otros dos vértices del cuadrado.

b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en dicho vértice y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los dos hilos.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$

Sol: a)  $2,83 \cdot 10^{-6} \text{ T}$  ; b)  $1,4 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

37. Por un conductor rectilíneo e indefinido, apoyado sobre un plano horizontal, circula una corriente de intensidad 20 A.

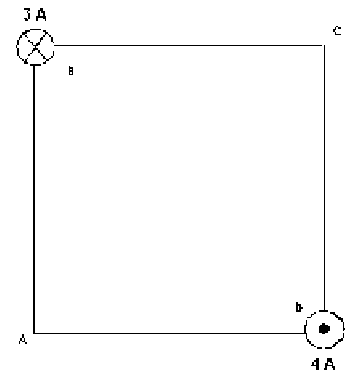
a) Dibuje las líneas del campo magnético producido por la corriente y calcule el valor de dicho campo en un punto situado en la vertical del conductor y a 2 cm de él.

b) ¿Qué corriente tendría que circular por un conductor, paralelo al anterior y situado a 2 cm por encima de él, para que no cayera, si la masa por unidad de longitud de dicho conductor es de 0,1 kg?

Datos:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$  ;  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

Sol: a)  $2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  ; b) 5000 A

38. Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 3A y 4A, pasan por los vértices B y D de un cuadrado de 2 m de lado, situado en un plano perpendicular, como se ilustra en la figura. El sentido de las corrientes se indica por los símbolos  $\times$  = entra en el papel,  $\bullet$  = sale del papel.



a) Dibuje un esquema en el que figuran las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en el vértice A.

b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en A y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los hilos.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$

Sol: a)  $5 \cdot 10^{-7} \text{ T}$  ; b)  $8,5 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

### EJERCICIOS DE INDUCCIÓN MAGNÉTICA

39. Una espira cuadrada de 2 m de lado está situada perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 0,5 T.

a) Explique razonadamente si, en estas circunstancias, se induce corriente eléctrica en la espira.

b) Determine la fuerza electromotriz media inducida en la espira si, en 0'1 s, gira  $90^\circ$  en torno a un eje perpendicular al campo.

Sol: 20 V

40. Una espira atraviesa una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba. La espira se mueve en un plano horizontal. A) Explique si circula corriente o no por la espira cuando: a) está penetrando en la región del campo ; b) mientras se mueve en dicha región; c) cuando está saliendo ; d) Indique mediante un esquema el sentido de la corriente en los casos en que exista.

41. a) Transformadores. ¿ En qué consisten estos aparatos ?. ¿ Para qué se utilizan ?. ¿Cómo funcionan ?. b) Un transformador tiene 120 vueltas en el primario y 30 vueltas en el secundario. El primario tiene aplicada una d.d.p. de 60 voltios y el secundario está conectado a una resistencia de  $15 \Omega$ , determinar la intensidad de corriente que circulará por el secundario. Sol: 1 A.

42. Una espira rectangular de  $6 \text{ cm}^2$  de área gira dentro de un campo magnético de 0,5 T, dando lugar a una f.e.m. sinusoidal.

a) Indica cuál es la expresión de esta f.e.m.

b) Si la f.e.m. máxima es de 0,1 V, calcula en r.p.m. la velocidad angular con que gira la espira.

c) Determina la resistencia eléctrica de la espira, si el valor máximo de la corriente inducida es de 0,1 A.

Sol:  $\varepsilon = 3 \cdot 10^{-4} \omega \cdot \sin \omega t$  ; b) 3183 rpm ; c)  $1 \Omega$

43. Sobre un alambre en forma de U de 20 cm de ancho, situado sobre el plano XY, se coloca otro alambre móvil que se desplaza de izquierda a derecha por el interior de un campo magnético uniforme de  $5 \text{ kT}$ , con una velocidad constante de  $0,1 \text{ m/s}$ , se pide: a) La fem inducida en la espira formada por los alambres. b) La intensidad (en valor y sentido) de la corriente inducida en la espira si su resistencia eléctrica es de  $1 \Omega$ . c) La **fuerza** que deberemos ejercer sobre el lado móvil de la espira para mantener constante la velocidad con que se mueve.

Sol: a) 0,1 V ; b) 0,1 A ; c)  $0,1 \text{ N}$

44. a) Comente la siguiente afirmación: Si el flujo magnético a través de una espira varía con el tiempo, se induce en ella una fuerza electromotriz. b) Explique diversos procedimientos para lograr la situación anterior.

45. a) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en una espira bajo la acción de un campo magnético y explique el origen y las características de dicha fuerza electromotriz. b) Si la espira se encuentra en reposo, en un plano horizontal, y el campo magnético es vertical y hacia arriba, indique en un esquema el sentido de la corriente que circula por la espira: i) si aumenta la intensidad del campo magnético; ii) si disminuye dicha intensidad.

46. a) Explique cualitativamente el funcionamiento de un transformador eléctrico. b) ¿Qué ocurre si el primario del transformador está conectado a una pila? Razone la respuesta.

47. a) Explique el fenómeno de inducción electromagnética y enuncie la ley de Faraday-Henry.

b) Una espira circular se encuentra situada perpendicularmente a un campo magnético uniforme. Razone qué fuerza electromotriz se induce en la espira, al girar con velocidad angular constante en torno a un eje, en los siguientes casos: i) el eje es un diámetro de la espira; ii) el eje pasa por el centro de la espira y es perpendicular a su plano.

48. Una espira cuadrada de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo:

$$B = 2t^2 \text{ (T)}.$$

c) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.

d) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcule su valor en el instante  $t = 4 \text{ s}$ . Sol: a)  $\phi = 0,005 t^2$  ; b)  $\varepsilon(t) = 0,01 t$  y  $\varepsilon(4) = 0,04 \text{ V}$ .

49. Una espira cuadrada de 10 cm de lado, inicialmente horizontal, gira a 1200 revoluciones por minuto, en torno a uno de sus lados, en un campo magnético uniforme vertical de 0,2 T.

a) Calcule el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida en la espira y represente, en función del tiempo, el flujo magnético a través de la espira y la fuerza electromotriz inducida.

b) ¿Cómo se modificaría la fuerza electromotriz inducida en la espira si se redujera la velocidad de rotación a la mitad? ¿Y si se invirtiera el sentido del campo magnético? Sol: a) 0,252 V

50. Una espira circular de 10 cm de diámetro, inmóvil, está situada en una región en la que existe un campo magnético, perpendicular a su plano, cuya intensidad varía de 0,5 a 0,2 T en 0,1 s.

a) Dibuje en un esquema la espira, el campo y el sentido de la corriente inducida, razonando la respuesta.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida y razone cómo cambiaría dicha fuerza electromotriz si la intensidad del campo aumentase en lugar de disminuir. Sol: 0,024 V

51. Un campo magnético, cuyo módulo viene dado por:  $B = 2 \cos 100 \cdot t$  (S. I.), forma un ángulo de  $45^\circ$  con el plano de una espira circular de radio  $R = 12 \text{ cm}$ .

Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante  $t = 2 \text{ s}$ .

¿Podría conseguirse que fuera nula la fuerza electromotriz inducida girando la espira? Razone la respuesta. Sol: 5,6 V

52. a) Explique por qué no se utilizan los transformadores con corrientes continuas. b) Comente las ventajas de la corriente alterna frente a la corriente continua.

53. Una espira de  $20 \text{ cm}^2$  se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,2 Tesla.

a) Calcule el flujo magnético a través de la espira y explique cómo varía el valor del flujo al girar la espira un ángulo de  $60^\circ$ . b) Si el tiempo invertido en el giro es de  $2 \times 10^{-3} \text{ s}$ , ¿cuánto vale la fuerza electromotriz media inducida en la espira? Explique que habría ocurrido si la espira se hubiese girado en sentido contrario.

$$\text{Sol: a) } \phi_0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} ; \phi_f = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} ; \text{ b) } 0,1 \text{ V}$$



54. Una espira cuadrada, de 30 cm de lado, se mueve con una velocidad constante de  $10 \text{ m s}^{-1}$  y penetra en un campo magnético de 0,05 T perpendicular al plano de la espira.

a) Explique, razonadamente, qué ocurre en la espira desde que comienza a entrar en la región del campo hasta que toda ella está en el interior del campo. ¿Qué ocurriría si la espira, una vez en el interior del campo, saliera del mismo?

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira mientras está entrando en el campo.

Sol: 0,15 V

55. Una espira circular de 45 mm de radio está situada perpendicularmente a un campo magnético uniforme. Durante un intervalo de tiempo de  $120 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  el valor del campo aumenta linealmente de 250 mT a 310 mT.

a) Calcule el flujo del campo magnético que atraviesa la espira durante dicho intervalo y la fuerza electromotriz inducida en la espira.

b) Dibuje en un esquema el campo magnético y el sentido de la corriente inducida en la espira. Explique el razonamiento seguido. Sol: a)  $3,8 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$  ; b)  $3,2 \cdot 10^{-3} \text{ V}$

56. Un campo magnético, cuyo módulo viene dado por:  $B = 2 \cos 100 t$  (S. I.),

forma un ángulo de  $45^\circ$  con el plano de una espira circular de radio  $R = 12 \text{ cm}$ .

Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante  $t = 2 \text{ s}$ .

¿Podría conseguirse que fuera nula la fuerza electromotriz inducida girando la espira? Razone la respuesta. Sol: 5,6 V

57. Sea un solenoide de sección transversal  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  y 100 espiras. En el instante inicial se aplica un campo magnético, perpendicular a su sección transversal, cuya intensidad varía con el tiempo según  $B = 2 t + 1 \text{ T}$ , que se suprime a partir del instante  $t = 5 \text{ s}$ .

a) Explique qué ocurre en el solenoide y represente el flujo magnético a través del solenoide en función del tiempo.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en el solenoide en los instantes  $t = 3 \text{ s}$  y  $t = 10 \text{ s}$ .

Sol: b)  $\varepsilon(3) = 0,08 \text{ V}$  ;  $\varepsilon(10) = 0 \text{ V}$

58. Una espira conductora de  $40 \text{ cm}^2$  se sitúa en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,3 T.

a) Calcule el flujo magnético a través de la espira y explique cuál sería el valor del flujo si se girara la espira un ángulo de  $60^\circ$  en torno a un eje perpendicular al campo.

b) Si el tiempo invertido en ese giro es de  $3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ , ¿cuánto vale la fuerza electromotriz media inducida en la espira? Explique qué habría ocurrido si la espira se hubiese girado en sentido contrario. Sol: a)  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$  ;  $6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$  ; b) 0,02 V

59. Una espira circular de 0,5 m de radio está situada en una región en la que existe un campo magnético perpendicular a su plano, cuya intensidad varía de 0,3 T a 0,4 T en 0,12 s.

a) Dibuje en un esquema la espira, el campo magnético y el sentido de la corriente inducida y explique sus características.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira y razone cómo cambiaría dicha fuerza electromotriz si la intensidad del campo disminuyese en lugar de aumentar.

Sol: b) 0,65 V

60. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo:

$$B = 3t^2 + 4 \text{ (S.I.)}$$

a) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.

b) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcule su valor en el instante  $t = 2 \text{ s}$ .

Sol: a)  $\Phi = (3,77 \cdot 10^{-3} t^2 + 5,04 \cdot 10^{-3}) \text{ Wb}$  ; b)  $\varepsilon = (-7,54 \cdot 10^{-3} t) \text{ V}$  ; - 0,015 V

61. Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

a) Dibuje en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes  $t=0$  s y  $t=2$  s e indique el valor máximo de dicho flujo.

b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo e indique su valor en el instante  $t=1$  s.

$$\text{a) } \phi = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi t \text{ Wb} ; \text{ b) } \varepsilon = 9,86 \cdot 10^{-3} \sin 2\pi t \text{ V} ; 0 \text{ V}$$

62. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo. a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida. b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro? Sol: 1,85 V.

63. El flujo de un campo magnético que atraviesa cada espira de una bobina de 250 vueltas, entre  $t = 0$  y  $t = 5$  s, está dado por la expresión:

$$F(t) = 3 \cdot 10^{-3} + 15 \cdot 10^{-3} t^2 \text{ (S.I.)}$$

a) Deduzca la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la bobina en ese intervalo de tiempo y calcule su valor para  $t = 5$  s.

b) A partir del instante  $t = 5$  s el flujo magnético comienza a disminuir linealmente hasta anularse en  $t = 10$  s. Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en la bobina en función del tiempo, entre  $t = 0$  y  $t = 10$  s.

$$\text{Sol: a) } F(t) = -30 \cdot 10^{-3} t \text{ y } 0,15 \text{ V}$$

64. Una espira cuadrada, de 10 cm de lado se traslada con una velocidad constante de  $1 \text{ m s}^{-1}$  en dirección perpendicular a las líneas de fuerza de un campo magnético uniforme de 2 T.

a) Explique, razonadamente, qué ocurre en la espira desde que comienza a salir del campo hasta que toda ella está fuera. ¿Qué ocurriría si la espira, en lugar de salir entrase desde fuera al interior del campo?

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira mientras está saliendo del campo.

$$\text{Sol: } 0,2 \text{ V}$$

65. Cuando una espira circular, situada en un campo magnético uniforme de 2 T, gira con velocidad angular constante en torno a uno de sus diámetros perpendicular al campo, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon(t) = -10 \sin(20t) \text{ (S.I.)}$$

a) Deduzca la expresión de la f.e.m. inducida en una espira que gira en las condiciones descritas y calcule el diámetro de la espira y su periodo de revolución.

b) Explique cómo variarían el periodo de revolución y la f.e.m. si la velocidad angular fuese la mitad.

$$\text{Sol: a) } 0,56 \text{ m; } 0,314 \text{ S}$$

## EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD DE LUZ Y ÓPTICA

1. El láser de un reproductor de CD genera luz con una longitud de onda de 780 nm medida en el aire.
- a) Explique qué características de la luz cambian al penetrar en el plástico del CD y calcule la velocidad de la luz en él. **Sol:  $1,94 \cdot 10^8$  m/s**
- b) Si la luz láser incide en el plástico con un ángulo de  $30^\circ$ , determine el ángulo de refracción. **Sol:  $18,8^\circ$**   
 $c = 3 \cdot 10^8$  m s<sup>-1</sup> ;  $n_{\text{aire}} = 1$  ;  $n_{\text{plástico}} = 1,55$
2. Un foco luminoso puntual está situado bajo la superficie de un estanque de agua.
- a) Un rayo de luz pasa del agua al aire con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$ . Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y calcule el ángulo de refracción. **Sol:  $41,7^\circ$**
- b) Explique qué es el ángulo límite y determine su valor para este caso. **Sol:  $48,8^\circ$**   
 $n_{\text{aire}} = 1$  ;  $n_{\text{agua}} = 1,33$ .
3. Un haz de luz de  $5 \cdot 10^4$  Hz viaja por el interior de un diamante.
- a) Determine la velocidad de propagación y la longitud de onda de esa luz en el diamante. **Sol:  $1,24 \cdot 10^8$  m/s ; 2479 m.**
- b) Si la luz emerge del diamante al aire con un ángulo de refracción de  $10^\circ$ , dibuje la trayectoria del haz y determine el ángulo de incidencia. **Sol:  $4,1^\circ$**   
 $c = 3 \cdot 10^8$  m s<sup>-1</sup> ;  $n_{\text{diamante}} = 2,42$ .
4. Es corriente utilizar espejos convexos como retrovisores en coches y camiones o en vigilancia de almacenes, con objeto de proporcionar mayor ángulo de visión con un espejo de tamaño razonable.
- a) Explique con ayuda de un esquema las características de la imagen formada en este tipo de espejos. **Sol: virtual, derecha y siempre de menor tamaño.**
- b) En estos espejos se suele indicar: “Atención, los objetos están más cerca de lo que parece”. ¿Por qué parecen estar más alejados?
5. El ángulo límite vidrio-agua es de  $60^\circ$ . Un rayo de luz, que se propaga por el vidrio, incide sobre la superficie de separación con un ángulo de  $45^\circ$  y se refracta dentro del agua.
- a) Explique qué es el ángulo límite y determine el índice de refracción del vidrio. **Sol:  $n_{\text{vidrio}} = 1,54$**
- b) Calcule el ángulo de refracción en el agua. Dato:  $n_a = 1,33$  **Sol:  $55^\circ$**
6. Un rayo de luz monocromática incide en una de las caras de una lámina de vidrio, de caras planas y paralelas, con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$ . La lámina está situada en el aire, su espesor es de 5 cm y su índice de refracción 1,5.
- a) Dibuje el camino seguido por el rayo y calcule el ángulo que forma el rayo que emerge de la lámina con la normal. **Sol:  $30^\circ$**
- b) Calcule la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina. **Sol: 5,3 cm**
7. a) Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz con ayuda de un esquema.
- b) Un haz de luz pasa del aire al agua. Razone cómo cambian su frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

8. Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque formando un ángulo de  $20^\circ$  con la normal.

a) ¿Qué ángulo formarán entre sí los rayos reflejado y refractado? **Sol:  $145,1^\circ$**

b) Variando el ángulo de incidencia, ¿podría producirse el fenómeno de reflexión total? Razone la respuesta. **Sol: No, para ello la luz debe pasar de un medio más a otro menos refringente.**

$$n_{\text{aire}} = 1 ; n_{\text{agua}} = 1,33$$

9. Razone las respuestas a las siguientes cuestiones:

a) ¿En qué consiste la refracción de ondas? Enuncie sus leyes.

b) ¿Qué características de la onda varían al pasar de un medio a otro?

10. Un haz de luz que viaja por el aire incide sobre un bloque de vidrio. Los haces reflejado y refractado forman ángulos de  $30^\circ$  y  $20^\circ$ , respectivamente, con la normal a la superficie del bloque.

a) Calcule la velocidad de la luz en el vidrio y el índice de refracción de dicho material.

b) Explique qué es el ángulo límite y determine su valor para el caso descrito. Dato:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

**Sol: Sol: a)  $2,05 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $n_{\text{vidrio}} = 1,46$  ; b)  $i_{\text{lim vidrio-aire}} = 43,2^\circ$**

11. a) Explique qué es una imagen real y una imagen virtual y señale alguna diferencia observable entre ellas.

b) ¿Puede formarse una imagen virtual con un espejo cóncavo? Razone la respuesta utilizando las construcciones gráficas que considere oportunas.

12. Un rayo de luz que se propaga por un medio a una velocidad de  $165 \cdot 10^3 \text{ km s}^{-1}$  penetra en otro medio en el que la velocidad de propagación es  $230 \cdot 10^3 \text{ km s}^{-1}$ .

a) Dibuje la trayectoria que sigue el rayo en el segundo medio y calcule el ángulo que forma con la normal si el ángulo de incidencia es de  $30^\circ$ . **Sol:  $44,2^\circ$**

b) ¿En qué medio es mayor el índice de refracción? Justifique la respuesta. **Sol: en el de entrada.**

13. Un rayo de luz pasa de un medio a otro, en el que se propaga a mayor velocidad.

a) Indique cómo varían la longitud de onda, la frecuencia y el ángulo que forma dicho rayo con la normal a la superficie de separación, al pasar del primero al segundo medio.

b) Razone si el rayo de luz pasará al segundo medio, independientemente de cuál sea el valor del ángulo de incidencia.

14. a) ¿Cuál es la longitud de onda de una estación de radio que emite con una frecuencia de 100 MHz? **Sol:  $\lambda = 3 \text{ m}$ .**

b) Si las ondas emitidas se propagaran por el agua, razone si tendrían la misma frecuencia y la misma longitud de onda. En el caso de que varíe alguna de estas magnitudes, determine su valor.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $n_{\text{agua/aire}} = 1,3$

**Sol:  $v = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $\lambda = 2,26 \text{ m}$ .**

## **TEMA 7. LA LUZ Y SUS PROPIEDADES**

### **CUESTIONES**

1. Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de  $45^\circ$ , si el índice de refracción de la lámina es 1,5. a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determina el ángulo de refracción b) ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio? **Sol: a)  $28,1^\circ$  ; b)  $1,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ .**

2. Un rayo de luz pasa del aire al agua con un ángulo de incidencia de  $45^\circ$ . Discute cuáles de las siguientes magnitudes se modifican cuando la luz penetra en el agua: **a)** Longitud de onda; **b)** Frecuencia; **c)** Velocidad de propagación; **d)** Dirección de propagación.
3. La reflexión total solamente se produce cuando la luz pasa de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción. Explica por qué. **Sol: Sí.....**
4. Di si es cierto o falso y razona la respuesta: “el índice de refracción del agua es menor que el del aire” **Sol: Falso.....**
5. **a)** Explique en qué consiste la reflexión total. ¿En qué condiciones se produce? **b)** ¿Por qué la profundidad real de una piscina llena de agua es mayor que la profundidad aparente? **(2003)**
6. **a)** Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz. **b)** El índice de refracción del agua respecto del aire es  $n > 1$ . Razone cuáles de las siguientes magnitudes cambian, y cómo, al pasar un haz de luz del aire al agua: frecuencia, longitud de onda, velocidad de propagación. **(2004)**  
**Sol: b)  $v \ll$  ;  $\lambda \ll$**
7. **a)** Explique los fenómenos de reflexión y refracción de la luz con ayuda de un esquema. **b)** Un haz de luz pasa del aire al agua. Razone cómo cambian su frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación. **(2006) Sol: Igual que el anterior.**
8. Razone las siguientes cuestiones: **a)** Cuando un rayo pasa a un medio con mayor índice de refracción, ¿se acerca o se aleja de la normal? **b)** ¿Qué es el ángulo límite? ¿Existe este ángulo en la situación anterior? **(2007)**
9. **a)** Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explique qué es el ángulo límite e indique para qué condiciones puede definirse. **b)** ¿Tienen igual frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación el rayo incidente y el refractado? Razone su respuesta. **(2009)**
10. **a)** Refracción de la luz. **b)** Cuando la luz pasa del vacío a un medio material, indique cuales de las siguientes magnitudes: frecuencia, longitud de onda, velocidad y amplitud, se modifican y en qué sentido.
11. **a)** ¿Por qué al pasar la luz del aire al agua el rayo se acerca a la normal y en el caso contrario se aleja? **b)** Si el índice de refracción relativo de una sustancia respecto a otra es mayor que uno, ¿en cuál de los dos medios se propaga la luz con mayor velocidad? **Sol: En el 2º medio va más rápida.**
12. **a)** Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explique las diferencias entre ambos fenómenos. **b)** Compare lo que ocurre cuando un haz de luz incide sobre un espejo y sobre un vidrio de una ventana.
13. **a)** Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío con velocidad  $c$ . ¿Cambia su velocidad de propagación en un medio material? Defina el índice de refracción de un medio. **b)** Sitúe, en orden creciente de frecuencias, las siguientes regiones del espectro electromagnético: infrarrojo; rayos X; ultravioleta y luz visible. Dos colores del espectro visible: rojo y verde, por ejemplo, ¿pueden tener la misma intensidad? ¿y la misma frecuencia?  
**Sol: a) sí..... b) IR; V ; UV ; R.X. ;; Sol: Sí ; Sol: No.**
14. **a)** Describa brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa? **b)** Dos rayos de luz inciden sobre un punto. ¿Pueden producir oscuridad? Explique razonadamente ese hecho.

- 15. a)** Explique la naturaleza de las ondas electromagnéticas. ¿Cómo caracterizaría mejor una onda electromagnética, por su frecuencia o por su longitud de onda? **b)** Sí, por desgracia, el Sol se apagara repentinamente, explica cuál de las siguientes radiaciones: infrarroja, visible o ultravioleta, sería la primera en dejar de llegar a la Tierra. ¿Cuál sería la primera en dejar de llegar al fondo del mar?
- 16. a)** Explique en qué consiste el fenómeno de la refracción de la luz y enuncie sus leyes. **b)** Un haz de luz pasa del aire al agua. Razone cómo cambian su frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.
- 17. a)** Los rayos X, la luz verde, la luz roja, microondas y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénalas en orden creciente de sus frecuencias e indica algunas diferencias entre ellas. **b)** ¿Qué es una onda electromagnética? Explique sus características. ¿Cómo caracterizarías mejor una onda electromagnética: por su frecuencia o por su longitud de onda.  
**Sol: a) microondas; IR ; luz roja ; luz verde ; RX.**
- 18. a)** ¿En qué consiste la dispersión de la luz? ¿Depende dicho fenómeno del índice de refracción del medio y/o de la longitud de onda de la luz? **b)** Explique la dispersión de la luz por un prisma, ayudándose por un esquema.
- 19. a)** Explique, con ayuda de un esquema, los fenómenos de reflexión y refracción de la luz y escriba sus leyes. **b)** ¿Puede formarse una imagen real con un espejo convexo? Razone la respuesta utilizando los esquemas que considere oportunos. **Sol: b) Nunca.....**
- 20. a)** ¿Qué se entiende por interferencia de la luz? **b)** ¿Por qué no observamos la interferencia de la luz producida por los dos faros de un automóvil?
- 21. a)** ¿Qué es una onda electromagnética? **b)** ¿Cambian las magnitudes características de una onda electromagnética que se propaga en el aire al penetrar en un bloque de vidrio? Si cambia alguna, ¿aumenta o disminuye? ¿por qué?
- 22. a)** ¿En qué consiste la dispersión de la luz? ¿Depende dicho fenómeno del índice de refracción del medio y/o de la longitud de onda de la luz? **b)** Explique la dispersión de la luz por un prisma, ayudándose de un esquema.
- 23. a)** ¿Qué se entiende por refracción de la luz? Explique que es el ángulo límite y, utilizando un diagrama de rayos, indique cómo se determina. **b)** Una fibra óptica es un hilo transparente a lo largo del cual puede propagarse la luz, sin salir al exterior. Explique por qué la luz "no se escapa" a través de las paredes de la fibra.
- 24. a)** Indique qué se entiende por foco y por distancia focal de un espejo. ¿Qué es una imagen virtual? **b)** Con ayuda de un diagrama de rayos, describa la imagen formada por un espejo convexo para un objeto situado entre el centro de curvatura y el foco.
- 25. a)** Si queremos ver una imagen ampliada de un objeto, ¿qué tipo de espejo tenemos que utilizar? Explique, con ayuda de un esquema, las características de la imagen formada. **b)** La nieve refleja casi toda la luz que incide en su superficie. ¿Por qué no nos vemos reflejados en ella?
- 26. a)** Explique, con ayuda de un esquema, en qué consiste el fenómeno de la dispersión de la luz blanca a través de un prisma de vidrio. **b)** ¿Ocurre el mismo fenómeno si la luz blanca atraviesa una lámina de vidrio de caras paralelas?
- 27. a)** Comente la concepción actual de la naturaleza de la luz. **b)** Describa algún fenómeno relativo a la luz que se pueda explicar usando la teoría ondulatoria y otro que requiera la teoría corpuscular.

**28. a)** Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.

**b)** Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda.

**29. a)** Explique qué es una imagen real y una imagen virtual y señale alguna diferencia observable entre ellas. **Pantalla**

**b)** ¿Puede formarse una imagen virtual con un espejo cóncavo? Razone la respuesta utilizando las construcciones gráficas que considere oportunas. **Sí, de mayor tamaño.**

**30.** Razone las respuestas a las siguientes cuestiones:

**a)** ¿En qué consiste la refracción de ondas? Enuncie sus leyes.

**b)** ¿Qué características de la onda varían al pasar de un medio a otro?

**31.** Dibuje la marcha de los rayos e indique el tipo de imagen formada con una lente convergente si:

**a)** La distancia objeto,  $s$ , es igual al doble de la focal,  $f$ . **b)** La distancia objeto es igual a la focal.

**32.** Es corriente utilizar espejos convexos como retrovisores en coches y camiones o en vigilancia de almacenes, con objeto de proporcionar mayor ángulo de visión con un espejo de tamaño razonable.

**a)** Explique con ayuda de un esquema las características de la imagen formada en este tipo de espejos. **Sol: Siempre virtual, derecha y de menor tamaño.**

**b)** En estos espejos se suele indicar: “Atención, los objetos están más cerca de lo que parece”. ¿Por qué parecen estar más alejados? **Sol: Al ser de siempre de menor tamaño, puede dar la impresión de venir de más lejos.**

**33. a)** Explique la formación de imágenes y sus características en una lente divergente.

**b)** ¿Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? Razone la respuesta.

**34. a)** ¿Qué mide el índice de refracción de un medio? ¿Cómo cambian la frecuencia y la longitud de onda de un rayo láser al pasar del aire a una lámina de vidrio?

**b)** Explique la dispersión de la luz por un prisma.

## **PROBLEMAS REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN**

**1.** Tenemos un recipiente con agua cuya superficie está cubierta por una capa de aceite. Si un haz de luz pasa del aire al aceite con un ángulo de incidencia de  $40^\circ$ , halla el ángulo de refracción en el agua. Datos:  $n_{\text{aceite}}=1,45$  ;  $n_{\text{agua}}=1,33$  **Sol:  $28,9^\circ$**

**2.** Un foco luminoso se encuentra dentro de una piscina llena de agua, cuyo índice de refracción es 1,30. Calcula la velocidad de la luz en el agua y el ángulo límite para la salida de la luz del agua al aire. Dato:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . **Sol. a)  $2,31 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ; b)  $50,3^\circ$**

**3. a)** Explica en qué consiste y cuándo ocurre el fenómeno de reflexión total de una onda. Define el ángulo límite o crítico. **b)** Una onda viaja por un medio con la velocidad  $v$  e incide sobre la frontera de separación con otro medio, donde la velocidad de propagación es  $v' = 2.v$ . Si el ángulo de incidencia es  $\phi = 10^\circ$ , calcula el ángulo de refracción,  $\phi'$ . ¿Para qué ángulos de incidencia se producirá reflexión total? **Sol: a)  $20,3^\circ$  ; b) para ángulos mayores de  $30^\circ$ ,  $i_{\text{lim}} = 30^\circ$**

4. El espectro visible en el aire está comprendido entre las longitudes de onda 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo). **a)** Calcule las frecuencias de estas radiaciones extremas. ¿Cuál de ellas se propaga a mayor velocidad? **b)** Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es  $4/3$ . Dato:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . **Sol: En el aire todas a igual velocidad. a)  $7,89 \cdot 10^{14}$  y  $3,85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ; b) 285 y 584 nm**

5. Un rayo de luz amarilla, emitida por una lámpara de sodio, tiene una longitud de onda en el vacío de  $580 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . **a)** Determine la velocidad de propagación y la longitud de onda de dicha luz en el interior de una fibra de cuarzo, cuyo índice de refracción es  $n = 1,5$ . **b)** ¿Pueden existir valores del ángulo de incidencia para los que un haz de luz, que se propaga por el interior de una fibra de cuarzo, no salga al exterior? Explique el fenómeno y, en su caso, calcule los valores del ángulo de incidencia para los cuales tiene lugar. Dato:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . **Sol: a)  $2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  y 387 nm b)  $i_{\text{lim}} = 41,8^\circ$**

6. Un rayo de luz pasa del agua al aire con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$  respecto a la normal. **a)** Haga en un esquema los rayos incidentes y refractado y calcule el ángulo de refracción. **b)** ¿Cuál debería ser el ángulo de incidencia para que el rayo refractado fuera paralelo a la superficie de separación agua – aire? Dato:  $n_{\text{agua-aire}} = 1,3$  **Sol: a)  $r = 40,5^\circ$  ; b)  $i_{\text{lim}} = 50,3^\circ$**

7. Cuando un rayo de luz se propaga a través del agua ( $n = 1,33$ ) emerge hacia el aire para ciertos valores del ángulo de incidencia y para otros no. **a)** Explique este fenómeno e indique para qué valores del ángulo de incidencia emerge el rayo. **b)** ¿Cabría esperar un hecho similar si la luz pasara del aire al agua? **Sol:  $i_{\text{lim}} = 48,8^\circ$ , el rayo emerge para ángulos menores ; b) No**

8. El espectro visible contiene frecuencias entre  $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  y  $7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . **a)** Determine las longitudes de onda correspondientes a dichas frecuencias en el vacío. **b)** ¿Se modifican estos valores de las frecuencias y de las longitudes de onda cuando la luz se propaga por el agua? En caso afirmativo, calcule los valores correspondientes.

Datos :  $n_{\text{agua}} = 1,3$  y  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . (2004) **Sol: a) 750 y 429 nm ; b) 577 y 330 nm**

9. Un haz de luz de  $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  viaja por el interior de un diamante. **a)** Determine la velocidad de propagación y la longitud de onda de esa luz en el diamante. **b)** Si la luz emerge del diamante al aire con un ángulo de refracción de  $10^\circ$ , dibuje la trayectoria del haz y determine el ángulo de incidencia. Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $n_{\text{diamante}} = 2,42$  (2007) **Sol: a)  $1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $\lambda = 2,48 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  b)  $i = 4,1^\circ$**

10. Un foco luminoso puntual está situado bajo la superficie de un estanque de agua. **a)** Un rayo de luz pasa del aire al agua con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$ . Dibuje en un esquema los rayos incidente y refractado y calcule el ángulo de refracción. **b)** Explique que es el ángulo límite y determine su valor para este caso. Datos:  $n_{\text{aire}} = 1$  ;  $n_{\text{agua}} = 1,33$  (2007) **Sol: a)  $22,1^\circ$  ; b)  $i_{\text{lim}} = 48,8^\circ$**

11. Una antena emite una onda de radio de  $6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ . **a)** Explique las diferencias entre esa onda y una onda sonora de la misma longitud de onda y determine la frecuencia de esta última. **b)** La onda de radio penetra en un medio y su velocidad se reduce a  $0,75c$ . Determine su frecuencia y su longitud de onda en ese medio. Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $V_s = 340 \text{ m/s}$  (2009) **Sol: a)  $f = 68 \text{ Hz}$  b)  $f = 6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$  y  $\lambda = 3,75 \text{ m}$ .**

12. Un objeto se encuentra frente a un espejo plano a una distancia de 4 m del mismo.

**a)** Construya gráficamente la imagen y explique sus características.

**b)** Repita el apartado anterior si se sustituye el espejo plano por uno cóncavo de 2 m de radio.

**Sol: a) Virtual, derecha y de igual tamaño ; b) Real, invertida y de menor tamaño que el objeto.**



13. Un objeto se encuentra a una distancia de 0,6 m de una lente delgada convergente de 0,2 m de distancia focal.

a) Construya gráficamente la imagen que se forma y explique sus características.

b) Repita el apartado anterior si el objeto se coloca a 0,1 de la lente.

**Sol:** a) **Real, invertida y de menor tamaño.** ; b) **Virtual, derecha y de mayor tamaño.**

14. Una lámina de caras paralelas, de vidrio de índice de refracción 1,54 y de espesor 10 cm, está colocada en el aire. Sobre una de sus caras incide un rayo de luz con un ángulo de incidencia de 30°.

a) Haga un esquema de la marcha del rayo y determine el tiempo que este tarda en atravesar la lámina.

**Sol:**  $5,44 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

b) ¿Con qué ángulo se refracta el rayo en la segunda cara? Compare este resultado con el ángulo de incidencia. Dato:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  **Sol:**  $r_{\text{final}} = i_{\text{inicial}} = 30^\circ$

15. Construya la imagen de un objeto situado a una distancia entre f y 2f de una lente:

a) Convergente.

b) Divergente.

Explique en ambos casos las características de la imagen.

**a) Sol:** **Real, invertida y de mayor tamaño.** **b) Sol:** **Virtual, derecha y de menor tamaño.**

16. Una onda electromagnética armónica de 20 MHz se propaga en el vacío, en el sentido positivo del eje OX. El campo eléctrico de dicha onda tiene la dirección del eje OZ y su amplitud es de  $3 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

a) Escriba la expresión del campo eléctrico  $E(x, t)$ , sabiendo que en  $x = 0$  su módulo es máximo cuando  $t = 0$ .  **$E(x, t) = 3 \cdot 10^{-3} \text{ sen } 2\pi(5 \cdot 10^{-8} \cdot t - x/15 + 1/4) \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$**

b) Represente en una gráfica los campos  $E(t)$  y  $B(t)$  y la dirección de propagación de la onda.

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

17. Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio, de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de 45°.

a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción.

b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo del rayo que sale de la lámina con la normal). ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio?

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $n_{\text{vidrio}} = 1,3$  **Sol:** a) **No cambia ;  $r = 33^\circ$**  ; b)  **$e = 45^\circ$  ;  $1,55 \cdot 10^{-9} \text{ s}$**

18. Un haz de luz monocromática de frecuencia  $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  se propaga por el aire.

a) Explique qué características de la luz cambian al penetrar en una lámina de vidrio y calcule la longitud de onda. **Sol:**  $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

b) ¿Cuál debe ser el ángulo de incidencia en la lámina para que los rayos reflejado y refractado sean perpendiculares entre sí? Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $n_{\text{vidrio}} = 1,2$  **Sol:** b)  **$i = 50,2^\circ$**

19. Construya gráficamente la imagen y explique sus características para:

a) Un objeto que se encuentra a 0,5 m frente a una lente delgada biconvexa de 1 m de distancia focal.

b) Un objeto situado a una distancia menor que la focal de un espejo cóncavo.

**Sol:** **En los dos casos virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto**

20. Un rayo de luz, cuya longitud de onda en el vacío es  $6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  se propaga a través del agua.

a) Defina el índice de refracción y calcule la velocidad de propagación y la longitud de onda de esa luz en el agua. **Sol:** a)  **$2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$**

b) Si el rayo emerge del agua al aire con un ángulo de 30°, determine el ángulo de incidencia del rayo en la superficie del agua. **Sol:** b)  **$i = 22,1^\circ$**

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $n_{\text{agua}} = 1,33$

**21.** Construya gráficamente la imagen de:

- a) Un objeto situado a 0,5 m de distancia de un espejo cóncavo de 2 m de radio.
- b) Un objeto situado a la misma distancia delante de un espejo plano.

Explique en cada caso las características de la imagen y compare ambas situaciones.

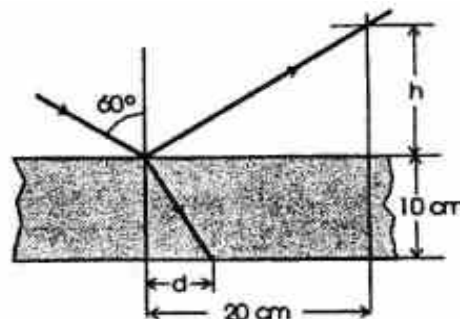
**Sol:** a) **Virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto, se utilizan mucho en los espejos de maquillaje, para aumentar el tamaño ; b) Virtual, derecha y de igual tamaño que el objeto.**

**22.** Una lámina de vidrio, de índice de refracción 1,5, de caras paralelas y espesor 10 cm, está colocada en el aire. Sobre una de sus caras incide un rayo de luz, como se muestra en la figura. Calcule:

- a) La altura **h** y la distancia **d** marcadas en la figura.
- b) El tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina.

Dato:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

**Sol:** a)  **$h = 11,5 \text{ cm}$  y  $d = 7,1 \text{ cm}$  ; b)  $6,1 \cdot 10^{-10} \text{ s}$**



**23.** Un teléfono móvil opera con ondas electromagnéticas de frecuencia  $f = 9 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ .

- a) Determine la longitud de onda y el número de onda en el aire.
- b) Si la onda entra en un medio en el que su velocidad de propagación se reduce a  $3c/4$ , razone qué valores tienen la frecuencia y la longitud de onda en ese medio y el índice de refracción del medio.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $n_{\text{aire}} = 1$ .

**Sol:** a)  **$3 \text{ m}$  ;  $2 \cdot \pi / 3 \text{ rad/m}$  ; b) la frecuencia igual,  $\lambda = 0,25 \text{ m}$  ;  $n = 1,33$**

**24.** Un haz de luz láser cuya longitud de onda en el aire es  $550 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  incide en un bloque de vidrio.

- a) Describa con ayuda de un esquema los fenómenos ópticos que se producen.
- b) Si el ángulo de incidencia es de  $40^\circ$  y el de refracción  $25^\circ$ , calcule el índice de refracción del vidrio y la longitud de onda de la luz láser en el interior del bloque.

Dato:  $n_{\text{aire}} = 1$  **Sol:** b)  **$n = 1,52$  ;  $\lambda = 3,62 \cdot 10^{-7} \text{ m}$**

**25.** Una onda electromagnética tiene en el vacío una longitud de onda de  $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ .

- a) Explique qué es una onda electromagnética y determine la frecuencia y el número de onda de la onda indicada. **Sol:** a)  **$6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  y  $4 \cdot 10^6 \cdot \pi \text{ rad/m}$**

- b) Al entrar la onda en un medio material su velocidad se reduce a  $3c/4$ . Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en ese medio.

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  **Sol:** b)  **$n = 1,33$  ;  $f = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ;  $\lambda = 3,75 \cdot 10^{-7}$**

## EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD DE MECÁNICA CUÁNTICA

1. Un haz de electrones se acelera con una diferencia de potencial de 30 kV.

a) Determine la longitud de onda asociada a los electrones.

b) Se utiliza la misma diferencia de potencial para acelerar electrones y protones.

Razone si la longitud de onda asociada a los electrones es mayor, menor o igual a la de los protones. ¿Y si los electrones y los protones tuvieran la misma velocidad?

Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $m_p = 1,64 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$  ; **Sol: 1. a)  $\lambda_e = 0,14 \text{ \AA}$**

2. Sobre una superficie de sodio metálico inciden simultáneamente dos radiaciones monocromáticas de longitudes de onda  $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$  y  $\lambda_2 = 560 \text{ nm}$ . El trabajo de extracción del sodio es 2,3 eV.

a) Determine la frecuencia umbral de efecto fotoeléctrico y razone si habría emisión fotoeléctrica para las dos radiaciones indicadas.

b) Explique las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

**Sol: a)  $f_0 = 5,58 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ , hay emisión para  $\lambda_1$  ; b)  $2,48 \cdot 10^5 \text{ m/s}$**

3. Cuando se ilumina un metal con un haz de luz monocromática se observa emisión fotoeléctrica.

a) Explique, en términos energéticos, dicho proceso.

b) Si se varía la intensidad del haz de luz que incide en el metal, manteniéndose constante su longitud de onda, ¿variará la velocidad máxima de los electrones emitidos? ¿Y el número de electrones emitidos en un segundo? Razone las respuestas.

4. Razone si la longitud de onda de de Broglie de los protones es mayor o menor que la de los electrones en los siguientes casos:

a) ambos tienen la misma velocidad.

b) ambos tienen la misma energía cinética.

5. a) Explique, en términos de energía, el proceso de emisión de fotones por los átomos en un estado excitado.

b) Razone por qué un átomo sólo absorbe y emite fotones de ciertas frecuencias.

6. Un fotón incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 2 eV. La energía cinética máxima de los electrones emitidos por ese metal es 0,47 eV.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar en el proceso de fotoemisión y calcule la energía del fotón incidente y la frecuencia umbral de efecto fotoeléctrico del metal.

b) Razone cuál sería la velocidad de los electrones emitidos si la energía del fotón incidente fuera 2 eV. Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

**Sol: a) 2,47 eV y  $4,85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ; b) caso límite,  $v = 0$**

7. a) Explique la conservación de la energía en el proceso de emisión de electrones por una superficie metálica al ser iluminada con luz adecuada.

b) Razone qué cambios cabría esperar en la emisión fotoeléctrica de una superficie metálica: i) al aumentar la intensidad de la luz incidente; ii) al aumentar el tiempo de iluminación; iii) al disminuir la frecuencia de la luz.

8. a) Enuncie el principio de incertidumbre y explique cuál es su origen.

b) Razone por qué no tenemos en cuenta el principio de incertidumbre en el estudio de los fenómenos ordinarios.

9. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V.

- a) Determine la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.
- b) Cuando la superficie del metal se ha oxidado, el potencial de frenado para la misma luz incidente es de 0,7 V. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal: i) la energía cinética máxima de los fotoelectrones; ii) la frecuencia umbral de emisión; iii) la función trabajo.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . **Sol: a)  $W_{\text{ext}} = 4,99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  ;  $f_0 = 7,56 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ; b)  $E_c$  máxima disminuye;  $f_0$  y  $W_{\text{ext}}$  aumentan**

10. a) Explique el proceso de emisión fotoeléctrica por una superficie metálica y las condiciones necesarias para que se produzca.

b) Razone por qué la teoría clásica no puede explicar el efecto fotoeléctrico.

11. a) En un microscopio electrónico se aplica una diferencia de potencial de 20 kV para acelerar los electrones. Determine la longitud de onda de los fotones de rayos X de igual energía que dichos electrones.

b) Un electrón y un neutrón tienen igual longitud de onda de de Broglie. Razone cuál de ellos tiene mayor energía.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $m_n = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . **Sol: a)  $6,19 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  ; b) El electrón tiene mayor Energía que el neutrón**

12. Al incidir luz de longitud de onda 620 nm en la superficie de una fotocélula, la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos es 0,14 eV.

a) Determine la función trabajo del metal y el potencial de frenado que anula la fotoemisión.

b) Explique, con ayuda de una gráfica, cómo varía la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos al variar la frecuencia de la luz incidente.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
**Sol: a)  $h \cdot f_0 = 1,85 \text{ eV}$ ;  $V_{\text{frenado}} = 0,14 \text{ V}$**

13. El trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV. Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda  $200 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .

Calcule razonadamente:

a) La energía cinética de los fotoelectrones emitidos y el potencial de frenado.

b) La longitud de onda umbral para el aluminio.

Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  **Sol: a)  $1,99 \text{ eV}$ ;  $1,99 \text{ V}$  ; b)  $\lambda_0 = 2,95 \cdot 10^{-7} \text{ m}$**

14. a) Describa la explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico y relaciónela con el principio de conservación de la energía.

b) Suponga un metal sobre el que incide radiación electromagnética produciendo efecto fotoeléctrico. ¿Por qué al aumentar la intensidad de la radiación incidente no aumenta la energía cinética de los electrones emitidos?

**15. a)** Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-córpúsculo.

**b)** Un mesón  $\pi$  tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrían la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razone la respuesta. **Sol: b)  $\lambda_e = 275 \cdot \lambda_m$**

**16. a)**Cuál es la energía de un fotón cuya cantidad de movimiento es la misma que la de un neutrón de energía 4 eV.

**b)** ¿Cómo variaría la longitud de onda asociada al neutrón si se duplicase su energía?

Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_n = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;

**Sol: a) 87200 eV ; b) Si  $E_2 = 2 \cdot E_1$  ;  $\lambda_2 = \lambda_1 \cdot 2^{-1/2}$**

**17. a)** ¿Cuál es la energía cinética de un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es de  $10^{-9} \text{ m}$ ?

**b)** Si la diferencia de potencial utilizada para que el electrón adquiriera la energía cinética se reduce a la mitad, ¿cómo cambia su longitud de onda asociada? Razone la respuesta.

$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . **Sol: 17. a)  $2,39 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  ; b)  $\lambda_2 = \lambda_1 \cdot 2^{1/2}$**

**18.** Al iluminar una superficie metálica con luz de frecuencia creciente empieza a emitir fotoelectrones cuando la frecuencia corresponde al color amarillo.

**a)** Explique razonadamente qué se puede esperar cuando el mismo material se irradie con luz roja. ¿Y si se irradia con luz azul?

**b)** Razone si cabría esperar un cambio en la intensidad de la corriente de fotoelectrones al variar la frecuencia de la luz, si se mantiene constante el número de fotones incidentes por unidad de tiempo y de superficie.

**19. a)** Señale los aspectos básicos de las teorías corpuscular y ondulatoria de la luz e indique algunas limitaciones de dichas teorías.

**b)** Indique al menos tres regiones del espectro electromagnético y ordénelas en orden creciente de longitudes de onda.

**20. a)** ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?

**b)** ¿Se puede considerar que el electrón es no relativista?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $m_n = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

**Solución: a)  $v = 3,14 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  ; b) Sí**

**21.** Un haz de electrones es acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 100 V.

**a)** Haga un análisis energético del proceso y calcule la longitud de onda de los electrones tras ser acelerados, indicando las leyes físicas en que se basa.

**b)** Repita el apartado anterior para el caso de protones y calcule la relación entre las longitudes de onda obtenidas en ambos apartados.

Datos:  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ;  $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

**22. a)** Un haz de electrones se acelera bajo la acción de un campo eléctrico hasta una velocidad  $6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Haciendo uso de la hipótesis de De Broglie calcule la longitud de onda asociada a los electrones.

**b)** La masa de un protón es aproximadamente 1800 veces la del electrón. Calcule la relación entre las longitudes de onda de De Broglie de protones y electrones suponiendo que se mueven con la misma energía cinética.

Datos:  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

## CUESTIONES Y PROBLEMAS SOBRE EFECTO FOTOELÉCTRICO

1. El trabajo de extracción, o función de trabajo del sodio es de 2,5 eV. Si la longitud de onda de la luz incidente es de  $3 \cdot 10^{-7}$  m ¿se producirá extracción de electrones del sodio?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  J ,

**Solución: Sí**

2. Se llama “diferencia de potencial de corte” de una célula fotoeléctrica, a la que hay que aplicar entre el ánodo y el fotocátodo para anular la intensidad de corriente.

a) Dibuja y comenta la gráfica que relaciona  $V_c$  con la frecuencia de la luz incidente y escribe la expresión de la ley física correspondiente. b) ¿Dependerá la gráfica anterior del material que constituye el fotocátodo? ¿Puede determinarse la constante de Planck a partir de una gráfica experimental de  $V_c$  frente a la frecuencia de la radiación incidente? Indica cómo.

3. Un haz de luz de longitud de onda  $546 \cdot 10^{-9}$  m penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2 eV.

a) Explica las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) ¿Qué ocurrirá si la longitud de onda incidente en la célula fotoeléctrica fuera el doble de la anterior?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s

**Solución: a)  $E_c = 0,44 \cdot 10^{-19}$  J ; b) el electrón no escapará.**

4. Al absorber un fotón se produce en un átomo una transición electrónica entre dos niveles separados por una energía de  $12 \cdot 10^{-19}$  J.

a) Explica, energéticamente, el proceso de absorción del fotón por el átomo. ¿Volverá espontáneamente el átomo a su estado inicial?

b) Si el mismo fotón incidiera en la superficie de un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV, ¿se produciría emisión fotoeléctrica?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg

**Solución: a) Sí ; b) Sí**

5. Cuando se ilumina un metal con un haz de luz monocromática se observa emisión fotoeléctrica.

a) Explique, en términos energéticos, dicho proceso.

b) Si se varía la intensidad del haz que incide en el metal, manteniéndose constante la longitud de onda, ¿variará la velocidad máxima de los electrones emitidos? ¿Y el número de electrones emitidos por segundo? Razone las respuestas.

6. a) Enuncia la hipótesis de De Broglie e indica de qué depende la longitud de onda asociada a una partícula

b) ¿Se podría determinar, simultáneamente con exactitud, la posición y la cantidad de movimiento de una partícula? Razona la respuesta

c) ¿Qué entiendes por cuerpo negro?

d) La luz roja posee una longitud de onda de  $6,5 \cdot 10^{-7}$  m. Determina la frecuencia, la energía y la cantidad de movimiento que posee un fotón de esa luz.

**Sol:  $4,62 \cdot 10^{14}$  Hz ;  $3,06 \cdot 10^{-19}$  J ;  $1,02 \cdot 10^{-27}$  Kg·m/s.**

e) ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV? **Sol:  $3,14 \cdot 10^5$  m/s**

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s ;  $m_n = 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg

7. a) Explica la hipótesis de Planck

b) Una de las frecuencias utilizadas en telefonía móvil (sistema GSM) es de 900MHz. Las frecuencias de la luz visible varían entre  $4,3 \cdot 10^8$  MHz (rojo) y  $7,5 \cdot 10^8$  MHz (violeta). ¿Cuántos fotones GSM necesitamos para obtener la misma energía que transmite un solo fotón de luz violeta?

**Solución: b)  $8,3 \cdot 10^5$**

8. El material fotográfico suele contener bromuro de plata, que se impresiona con fotones de energía superior a  $1,7 \cdot 10^{-19}$  J.

a) ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda del fotón que es justamente capaz de activar una molécula de bromuro de plata? **Sol:  $2,56 \cdot 10^{14}$  Hz ;  $1,17 \cdot 10^{-6}$  m.**

b) La luz visible contiene longitudes de onda entre  $380 \cdot 10^{-9}$  m y  $780 \cdot 10^{-9}$  m.

Explique el hecho de que una luciérnaga, que emite luz visible de intensidad despreciable, pueda impresionar una película fotográfica, mientras que no puede hacerlo la radiación procedente de una antena de televisión que emite a 100 MHz, a pesar de que su potencia es de 50 kW.

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

9. Un haz de longitud de onda de 400 nm tiene una intensidad de  $100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

a) ¿Cuál es la energía de cada fotón? b) ¿Cuánta energía llega en un minuto a una superficie de  $1 \text{ cm}^2$  perpendicular al haz? c) ¿Cuántos fotones llegan por segundo a esta superficie?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

**Solución: a)  $E = 4,97 \cdot 10^{-19}$  J ; b)  $0,6 \text{ J/min} \cdot \text{cm}^2$  ; c)  $2,01 \cdot 10^{16}$  fotones**

10. Si el trabajo de extracción de la superficie de un determinado material es  $E_0 = 2,03 \text{ eV}$ :

a) ¿En qué rango de longitudes de onda del espectro visible puede utilizarse este material en células fotoeléctricas? Las longitudes de onda de la luz visible están comprendidas entre 380 nm y 775 nm

b) Calcula la velocidad de extracción de los electrones emitidos para una longitud de onda de 400 nm. **Solución: a)  $\lambda \leq 600 \text{ nm}$  ; b)  $v = 6,03 \cdot 10^5 \text{ m/s}$**

11. La frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de cierto metal es de  $8,5 \cdot 10^{14}$  Hz. a) Halla la energía cinética máxima de los electrones que emite el metal cuando se ilumina con luz de  $1,3 \cdot 10^{15}$  Hz y exprésala en eV. b) ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie asociada a esos electrones:

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

**Solución: a)  $E_c = 1,86 \text{ eV}$  ; b)  $\lambda = 9 \cdot 10^{-10} \text{ m}$**

12. Cuando se ilumina un cierto metal con luz monocromática de frecuencia  $1,2 \cdot 10^{15}$  Hz, es necesario aplicar un potencial de frenado de 2V para anular la fotocorriente que se produce.

a) Determina la frecuencia mínima que ha de tener la luz para extraer electrones de dicho metal.

b) Si la luz fuese de 150nm de longitud de onda, calcula la tensión necesaria para anular la fotocorriente. Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

**Solución: a)  $f_0 = 7,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  ; b)  $V = 5,31 \text{ V}$**

13. Determina la energía cinética y la velocidad de los electrones arrancados de un metal cuando sobre él incide luz de frecuencia 1000 Hz. La frecuencia umbral del metal es de 500 Hz.

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

**Solución:  $E_c = 3,3 \cdot 10^{-31} \text{ J}$  ;  $v = 0,85 \text{ m/s}$**

14. En una célula fotoeléctrica, si el cátodo metálico se ilumina con una radiación de  $\lambda = 175 \text{ nm}$ , el potencial de frenado para los electrones es de 1,86 V. Cuando se usa luz de 200 nm, el potencial de frenado es de 1 V. Calcula: a) El trabajo de extracción del metal y la constante de Planck.

b) ¿Se produciría efecto fotoeléctrico si se iluminase con luz cuya longitud de onda fuese de 250 nm. Datos:  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  **Solución: a)  $W_{\text{ext}} = 8,26 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  ; b) No**

**15.** Al incidir luz de longitud de onda de  $620 \cdot 10^{-9}$  m sobre una fotocélula se emiten electrones con una energía máxima de 0,14 eV.

**a)** Calcula el trabajo de extracción y la frecuencia umbral de la fotocélula. **b)** ¿Qué diferencia cabría esperar en los resultados del apartado a) si la longitud de onda incidente fuera doble?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

**Sol: a)  $W_{\text{ext}} = 2,97 \cdot 10^{-19}$  J ;  $f_0 = 4,5 \cdot 10^{14}$  Hz ; b) NO**

**16.** Un haz de luz de longitud de onda  $4,77 \cdot 10^{-7}$  m incide sobre una célula fotoeléctrica de cátodo de potasio, cuya frecuencia umbral es  $5,5 \cdot 10^{14}$  s<sup>-1</sup>.

**a)** Explique las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos. **Sol:  $5,24 \cdot 10^{-20}$  J**

**b)** Razone si se produciría efecto fotoeléctrico al incidir radiación infrarroja sobre la célula anterior. (La región infrarroja comprende longitudes de onda entre  $10^{-3}$  m y  $7,8 \cdot 10^{-5}$  m).

**Sol: No,  $\lambda$  debe ser  $< 5,45 \cdot 10^{-7}$  m.** Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m s<sup>-1</sup>

**17.** Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella radiación de longitud de onda  $5 \cdot 10^{-7}$  m.

**a)** Calcule con qué velocidad saldrán emitidos los electrones si la radiación que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de  $4 \cdot 10^{-7}$  m. **Sol:  $4,67 \cdot 10^5$  m/s**

**b)** Razone, indicando las leyes en que se basa, qué sucedería si la frecuencia de la radiación incidente fuera de  $4,5 \cdot 10^{14}$  s<sup>-1</sup>. **Sol: Emite e<sup>-</sup> por ser  $f_0 = 6 \cdot 10^{14}$  Hz**

Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J s ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m s<sup>-1</sup> ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg

**18.** Al incidir un haz de luz de longitud de onda  $6,25 \cdot 10^{-7}$  m sobre una superficie metálica, se emiten electrones con velocidades de hasta  $4,6 \cdot 10^5$  m/s

**a)** Calcule la frecuencia umbral del metal. **Sol:  $3,34 \cdot 10^{14}$  Hz**

**b)** Razone como cambiaría la velocidad máxima de salida de los electrones si aumentase la frecuencia de la luz ¿Y si disminuyera la intensidad del haz de luz?

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg

**19.** Sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV se hace incidir radiación de longitud de onda  $2 \cdot 10^{-7}$  m.

**a)** Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos, analizando los cambios energéticos que tienen lugar.

**b)** Determine la frecuencia umbral de fotoemisión del metal.

Datos:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg



## EJERCICIOS DE SELECTIVIDAD DEL NÚCLEO ATÓMICO

1. a) Comente la siguiente frase: “debido a la desintegración del  $^{14}\text{C}$ , cuando un ser vivo muere se pone en marcha un reloj...” ¿En qué consiste la determinación de la antigüedad de los yacimientos arqueológicos mediante el  $^{14}\text{C}$ ?
- b) ¿Qué es la actividad de una muestra radiactiva? ¿De qué depende?
2. Todas las fuerzas que existen en la naturaleza se explican como manifestaciones de cuatro interacciones básicas: gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil.
- a) Explique las características de cada una de ellas.
- b) Razone por qué los núcleos son estables a pesar de la repulsión eléctrica entre sus protones.
3. a) La masa de un núcleo atómico no coincide con la suma de las masas de las partículas que los constituyen. ¿Es mayor o menor? ¿Cómo justifica esa diferencia?
- b) ¿Qué se entiende por estabilidad nuclear? Explique, cualitativamente, la dependencia de la estabilidad nuclear con el número másico. **Máxima estabilidad de los núcleos de n° másico próximo a 56 (hierro).....**
4. La actividad de  $^{14}\text{C}$  de un resto arqueológico es de 60 desintegraciones por segundo. Una muestra actual de idéntica composición e igual masa posee una actividad de 360 desintegraciones por segundo. El periodo de semidesintegración del  $^{14}\text{C}$  es 5700 años.
- a) Explique a qué se debe dicha diferencia y calcule la antigüedad de la muestra arqueológica.
- b) ¿Cuántos núcleos  $^{14}\text{C}$  tiene la muestra arqueológica en la actualidad? ¿Tienen las dos muestras el mismo número de átomos de carbono? Razone las respuestas. **14745 años ;  $1,56 \cdot 10^{13}$  núcleos ; no, ya que el proceso es:  $\text{C}(6;14) \rightarrow \text{N}(7;14) + \beta(-1;0)$  y cada vez habrá menos C y más N.**
5. El período de semidesintegración del  $^{226}\text{Ra}$  es de 1620 años.
- a) Explique qué es la actividad y determine su valor para 1 g de  $^{226}\text{Ra}$ .  **$A = 1,14 \cdot 10^{18}$  núcleos/año**
- b) Calcule el tiempo necesario para que la actividad de una muestra de  $^{226}\text{Ra}$  quede reducida a un dieciseisavo de su valor original.  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  **6480 años.**
6. a) ¿Cómo se puede explicar que un núcleo emita partículas  $\beta$  si en él sólo existen neutrones y protones?
- b) El Th (90;232) se desintegra, emitiendo 6 partículas  $\alpha$  y 4 partículas  $\beta$ , dando lugar a un isótopo estable del plomo. Determine el número másico y el número atómico de dicho isótopo. **(82;208)**
7. a) Analice el origen de la energía liberada en una reacción nuclear de fisión.
- b) En la reacción de fisión del U(92;232) éste captura un neutrón y se produce un isótopo del Kr, de número másico 92; un isótopo del Ba, cuyo número atómico es 56; y 3 neutrones. Escriba la reacción nuclear y determine razonadamente el número atómico del Kr y el número másico del Ba.  **$\text{U}(92;232) + \text{n}(0;1) \rightarrow \text{Kr}(36;92) + \text{Ba}(56;138) + 3 \cdot \text{n}(0;1)$**
8. a) ¿Qué cambios experimenta un núcleo atómico al emitir una partícula alfa? **Se convierte en el núcleo de otro elemento situado dos lugares antes en la tabla periódica.**
- ¿Qué sucedería si un núcleo emitiera una partícula alfa y después dos partículas beta? **Se convierte en un isótopo del mismo elemento pero con 4 neutrones más.**
- b) ¿A qué se denomina período de semidesintegración de un elemento radiactivo? ¿Cómo cambiaría una muestra de un radionúclido transcurridos tres períodos de semidesintegración? Razone las respuestas. **1/8 de la muestra original**

9. El Ra(88;226), emite partículas alfa dando lugar a Rn.

a) Escriba la ecuación de la reacción nuclear y determine la energía liberada en el proceso.



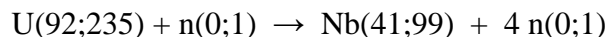
b) Calcule la energía de enlace por nucleón del Ra y del Rn y discuta cuál de ellos es más estable.

$$E_{\text{enlace Ra/nucleón}} = 8,46 \cdot 10^{-3} \text{ uma/nucleón.} \quad ; \quad E_{\text{enlace Rn/nucleón}} = 8,50 \cdot 10^{-3} \text{ uma/nucleón.}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad ; \quad m_{\text{Ra}} = 226,025406 \text{ u} \quad ; \quad m_{\text{Rn}} = 222,017574 \text{ u} \quad ;$$

$$m_p = 1,00795 \text{ u} \quad ; \quad m_n = 1,00898 \text{ u} \quad ; \quad m_\alpha = 4,002603 \text{ u} \quad ; \quad 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

10. Considere la reacción nuclear:



a) Explique de qué tipo de reacción se trata y determine la energía liberada por átomo de Uranio.

b) ¿Qué cantidad de U(92;235) se necesita para producir  $10^6$  kWh ?  $E = 3,41 \cdot 10^{-11}$  Julios ; 41,21 g U.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad ; \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad ; \quad m_U = 235,128 \text{ u} \quad ;$$

$$m_{\text{Sb}} = 132,942 \text{ u} \quad ; \quad m_{\text{Nb}} = 98,932 \text{ u} \quad ; \quad m_n = 1,0086 \text{ u} \quad ; \quad 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

11. a) Explique qué es el defecto de masa y calcule su valor para el isótopo N(7 ; 15).

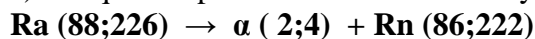
b) Calcule su energía de enlace por nucleón.  $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$\Delta m = 2 \cdot 10^{-28} \text{ Kg} \quad ; \quad E = 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ Julios/nucleón.}$$

$$\text{Datos: } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad ; \quad m_p = 1,007276 \text{ uma} \quad ; \quad m_n = 1,008665 \text{ uma} \quad ; \quad m_{\text{(N-15)}} = 15,0001089 \text{ uma}$$

12. El Ra(88; 226) se desintegra radiativamente para dar Rn(86 ; 222) .

a) Indique el tipo de emisión radiactiva y escriba la correspondiente ecuación.



b) Calcule la energía liberada en el proceso.  $E = 6,27 \cdot 10^{-13}$  Julios.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad ; \quad m_{\text{Ra}} = 225,9771 \text{ u} \quad ; \quad m_{\text{Rn}} = 221,9703 \text{ u} \quad ; \quad m_{\text{He}} = 4,0026 \text{ u} \quad ; \quad 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

13. a) Explique cualitativamente la dependencia de la estabilidad nuclear con el número másico.

b) Considere dos núcleos pesados X e Y de igual número másico. Si X tiene mayor energía de enlace, ¿cuál de ellos es más estable? **Igual que 3b) ; Quien tenga mayor energía de enlace tendrá mayor energía de enlace por nucleón y por tanto será más estable.**

14. El núcleo radiactivo U(92 ; 232) se desintegra, emitiendo partículas alfa, con un período de semidesintegración de 72 años.

a) Escriba la ecuación del proceso de desintegración y determine razonadamente el número másico y el número atómico del núcleo resultante.

b) Calcule el tiempo que debe transcurrir para que su actividad se reduzca al 75 % de la inicial.



15. El  $^{131}\text{I}$  es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para el tratamiento del hipertiroidismo, ya que se concentra en la glándula tiroides. Su periodo de semidesintegración es de 8 días.

a) Explique cómo ha cambiado una muestra de 20 mg de  $^{131}\text{I}$  tras estar almacenada en un hospital 48 días. **Sol : Queda una m = 0,31 mg de I.**

b) ¿Cuál es la actividad de 1  $\mu\text{g}$  de  $^{131}\text{I}$  ?  $A = 4,6 \cdot 10^9$  núcleos/s (Bq).

$$\text{Dato: } N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos} \cdot \text{mol}^{-1}$$

**16.** El periodo de semidesintegración de un nucléido radiactivo, de masa 200 u, que emite partículas beta es de 50 s. Una muestra cuya masa inicial era de 50 g, contiene en la actualidad 30 g del nucleido original.

a) Indique las diferencias entre el nucléido original y el resultante y represente gráficamente la variación con el tiempo de la masa de nucléido original.

b) Calcule la antigüedad de la muestra y su actividad actual.  $t = 36,5 \text{ s}$  ;  $A = 1,26 \cdot 10^{21} \text{ Bq}$ .

Dato:  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos} \cdot \text{mol}^{-1}$

## **MÁS SOBRE RADIATIVIDAD**

### **CUESTIONES**

1. a) ¿Qué ventajas presenta la fusión nuclear frente a la fisión? Indica al menos tres de ellas.

b) Describe, define o enuncia, de forma concisa y clara, los siguientes fenómenos físicos: radiactividad natural, radiactividad artificial, fisión y fusión.

c) Di si es cierto o falso y razona la respuesta: “Cuando un núcleo radiactivo emite una partícula beta, su masa no varía”

d) Una muestra radiactiva contiene, en el instante actual, la quinta parte de los núcleos que poseía hace cuatro días, ¿cuál es su vida media?

e) Reacciones de fusión nuclear, ¿de dónde procede la energía que se desprende? Ventajas y dificultades para obtener energía procedente de la fusión.

f) ¿Qué es la actividad de una muestra radiactiva?

g) Indica las características de las partículas:  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ .

h) Explica los cambios que experimenta un núcleo al emitir una partícula beta.

i) Enumera las interacciones fundamentales de la naturaleza y explica las características de cada una.

j) ¿Cómo es posible la estabilidad de los núcleos a pesar de la fuerte repulsión entre sus protones?

**2.** Si un núcleo atómico emite una partícula  $\alpha$ , dos partículas  $\beta$  y dos partículas  $\gamma$ , su número atómico:

a) Disminuye en dos unidades; b) Aumenta en dos unidades; c) No varía

**3.** a) Describa el origen y las características de los procesos de emisión radiactiva alfa, beta y gamma.

b) Indique el significado de las siguientes magnitudes: período de semidesintegración, constante radiactiva y vida media.

**4. a)** Explique en qué consisten las reacciones de fusión y fisión nucleares. ¿En que se diferencian?

**b)** Comente el origen de la energía que producen.

5. Una sustancia radiactiva se desintegra según la ecuación:  $N = N_0 e^{-0.005 t}$

a) Explique razonadamente las magnitudes que intervienen en la ecuación y determine razonadamente el periodo de semidesintegración.

b) Si una muestra contiene en un momento dado  $10^{26}$  núcleos de dicha sustancia, ¿cuál será la actividad de la muestra al cabo de tres horas?

6.a) Explique el origen de la energía liberada en una reacción nuclear basándose en el balance masa-energía.

b) Dibuje aproximadamente la gráfica que relaciona la energía de enlace por nucleón con el número másico y, a partir de ella, justifique por qué en una reacción de fisión se desprende energía.

## **PROBLEMAS Y EJERCICIOS**

En los ejercicios que siguen y siempre que sean necesarios y no aparezcan como datos del problema, se tomarán como datos de masas, los siguientes:  $m_p = 1,0073$  uma y  $m_n = 1,0078$  uma cuando están aislados;  $m_e = 0,0005$  uma y  $1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$ .

1. Indica la composición nuclear de los siguientes núcleos: C(6;14) ; F(9;19) ; Kr(36;84) ; U(92;238).

2. La masa isotópica del galio es 69,7 uma, ¿cuál es la abundancia relativa de los isótopos del galio, de números másicos 69 y 71? **Sol: 65% y 35% respectivamente.**

3. De los siguientes pares de isótopos, deducir cuál es más estable:

C(6;12) de  $m_{\text{experimental}} = 12,0000$  uma y Na(11;23)\*\* de  $m_{\text{experimental}} = 22,9898$  uma

Cu(29;63)\*\* de  $m_{\text{experimental}} = 62,9298$  uma y La(57;138) de  $m_{\text{experimental}} = 137,9068$  uma

H(1;3) de  $m_{\text{experimental}} = 3,01605$  uma y Fe(26;56)\*\* de  $m_{\text{experimental}} = 55,9346$  uma

**Soluciones señaladas con\*\***

4. Calcula la masa isotópica del vanadio-51 si su energía de enlace tiene el valor de 445,75 MeV. Dato( el número atómico del vanadio es 23) **Sol: 50,9344 uma**

5. Completar las siguientes reacciones nucleares:

a)  $U(92;235) + n(0;1) \rightarrow Sr(38;94) + Xe(54;139) + ?$

b)  $Na(11;23) + He(2;4) \rightarrow ? + p(1;1)$

c)  $Si(14;31) \rightarrow ? + e(0;-1)$

d)  $Li(3;9) \rightarrow Be(4;8) + e(-1;0) + ?$

6. Calcular la variación energética de los siguientes procesos:

a)  $Mg(12;23) \rightarrow Na(11;23) + e(+1;0)$

b)  $O(8;14) \rightarrow N(7;14) + e(+1;0)$

Datos: Las masas atómicas en uma son: Mg-23 = 22,9952 ; Na-23 = 22,9898 ; O-14 = 14,0097 ;

N-14 = 14,00307 y  $m_{e(+1;0)} = 0,0005$ . **Sol: 4,58 MeV y 5,68 MeV**

7. Calcular la energía liberada en la siguiente reacción nuclear:

$Li(3;7) + H(1;1) \rightarrow He(2;4) + He(2;4)$

Datos de masas atómicas en uma: Li-7 = 7,0182 ; H-1 = 1,0073 ; He-4 = 4,0038. **Sol: 16,7 MeV**

8. En la fisión de un núcleo de uranio-235 se liberan aproximadamente 200 MeV de energía. ¿ Qué cantidad de uranio-235 se consume en 1 año en un reactor nuclear de 1000 MW de potencia?

**Sol: 235 Kg.**

9. Una sustancia radiactiva se desintegra según la expresión  $N = N_0 \cdot e^{-0,4t}$ . Calcular su periodo de semidesintegración. **Sol: 1,7 s.**

10. El Bi-212 tiene un periodo de semidesintegración de 60,5 min. ¿Cuántos átomos se desintegran por s en 50g de Bi? **Sol:  $2,69 \cdot 10^{19}$  átomos/s.**

11. El periodo de semidesintegración del Rn-221 es de 25 minutos. Calcular la cantidad de Rn-221 que queda sin desintegrar de una muestra de 100 mg al cabo de 2 horas. **Sol: 3,6 mg**

12. Calcula el periodo de semidesintegración del I-136, si el 90% de una muestra de ese isótopo se desintegra en 276 s. **Sol: 83 s**

13. Un núcleo radiactivo tiene una vida media de 1 s.

a) ¿Cuál es su constante de desintegración? **Sol:  $1 \text{ s}^{-1}$**

b) Si en un instante dado una muestra de esta sustancia radiactiva tiene una actividad (velocidad de desintegración) de  $1,11 \cdot 10^8$  desintegraciones/s. ¿Cuál es el número de núcleos radiactivos en ese instante? **Sol:  $1,11 \cdot 10^8$  núcleos**

14. Se ha medido la actividad de una muestra de madera recogida en una cueva con restos prehistóricos, observándose que se desintegran 320 átomos de C-14 por hora, mientras que en una muestra de madera actual que tiene la misma masa y la misma naturaleza, la actividad es de 1145 desintegraciones por hora. Admitiendo que el número de desintegraciones por unidad de tiempo es proporcional al número de átomos de C-14 presentes en la muestra y que su vida media es de 5736 años, ¿en qué fecha se cortó la madera que se está analizando? **Sol: antigüedad de 7312 años**

15. Tenemos inicialmente 1 mol de átomos de un isótopo radiactivo cuyo periodo de semidesintegración es de 27 días.

a) ¿Cuántos átomos quedarán al cabo de 6 meses? **Sol:  $5,93 \cdot 10^{21}$  núcleos**

b) ¿Cuál será la actividad de la muestra en ese momento? **Sol:  $1,52 \cdot 10^{20}$  núclidos/día**

Dato:  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  átomos/mol

16. El C-14 es un isótopo del C que se desintegra emitiendo una partícula  $\beta^-$ . Su vida media es de 5736 años y se forma, como hemos indicado, en las capas altas de la atmósfera debido al choque de los neutrones que forman parte de los rayos cósmicos con átomos de N-14:

a) Escribe la ecuación que corresponde al proceso que tiene lugar.

b) Explica porqué se puede utilizar C-14 como secuenciador temporal.

17. El B-12 se desintegra radiactivamente en dos etapas: en la primera, el núcleo resultante es C-14\* (estado excitado) y en la segunda, el C-14\* pasa a su estado fundamental.

a) Escribe los procesos de cada etapa, determinando, razonadamente, el tipo de radiación emitida en cada caso.

b) Calcula la frecuencia de la radiación emitida en la segunda etapa si la diferencia de energía entre los estados energéticos del isótopo del carbono es de 4,4 MeV.

Datos:  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . **Solución: b)  $f = 1,1 \cdot 10^{27} \text{ Hz}$**

18. Si el núcleo de un elemento químico; X(5;2) tiene una masa total de 5,0324 u, la energía de enlace por nucleón es:

a) Positiva, b) Negativa, c) Nula

Datos:  $1 \text{ u} = 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ J}$  ;  $m_p = 1,0073 \text{ u}$  ;  $m_n = 1,0087 \text{ u}$

**19.** El período de semidesintegración del  $^{60}\text{Co}$  es de 5,27 años. Calcula la actividad radiactiva de una muestra que inicialmente contiene  $10^{22}$  átomos de  $^{60}\text{Co}$ ; Cuánto tiempo tarda la actividad de esta muestra en reducirse a la octava parte de la inicial?

**Solución; a)  $A = 1,315 \cdot 10^{21}$  átomos/año ; b)  $t = 15,81$  años**

**20. a)** Algunos átomos de  $\text{N}(14;7)$  atmosférico chocan con un neutrón y se transforman en  $\text{C}(14;6)$  que, por emisión beta, se convierte de nuevo en nitrógeno. Escribe las correspondientes reacciones nucleares.

**b)** Los restos de animales recientes contienen mayor proporción de  $\text{C}(14;6)$  que los restos de animales antiguos. ¿A qué se debe este hecho y qué aplicación tiene?

**21.** El isótopo del hidrógeno denominado tritio  $\text{H}(3;1)$  es inestable ( $T_{1/2} = 12,5$  años) y se desintegra con emisión de una partícula beta. Del análisis de una muestra tomada de una botella de agua mineral se obtiene que la actividad debida al tritio es el 92 % de la que presenta el agua en el manantial de origen.

**a)** Escriba la correspondiente reacción nuclear.

**b)** Determine el tiempo que lleva embotellada el agua de la muestra.

**22. a)** Calcule el defecto de masa de los núclidos  $\text{B}(5;11)$  y  $\text{Rn}(86;222)$ , razone cuál de ellos es más estable.

**b)** En la desintegración del núcleo  $\text{Rn}(86;222)$ , se emiten dos partículas alfa y una beta, obteniéndose un nuevo núcleo. Indíquese las características del núcleo resultante.

$m_{\text{B}} = 11.009305 \text{ uma}$ ;  $m_{\text{Rn}} = 222.017574 \text{ uma}$ ;  $m_{\text{p}} = 1.007825 \text{ uma}$ ;  $m_{\text{n}} = 1.008665 \text{ uma}$ .

**23.** La masa atómica del isótopo  $\text{N}(14;7)$  es  $14.0001089 \text{ u}$ .

**a)** Indique los nucleones de este isótopo y calcule su defecto de masa.

**b)** Calcule su energía de enlace.

Datos:  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  ;  $1 \text{ uma} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $m_{\text{p}} = 1.007276 \text{ uma}$  ;  $m_{\text{n}} = 1.008665 \text{ uma}$ .

**24.** El isótopo radiactivo  $\text{B}(12;5)$  se desintegra en carbono emitiendo radiación beta.

**a)** Escriba la ecuación de la reacción.

**b)** Sabiendo que las masas atómicas del boro y del carbono son  $12.01435 \text{ u}$  y  $12 \text{ u}$  respectivamente, calcule la energía que se desprendería si un mol de boro se transforma íntegramente en carbono.

Datos:  $N_{\text{A}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ;  $m_{\text{e}} = 0,0005 \text{ uma}$ .